

RESUM

Aquest treball està enfocat en la identificació de les estratègies informals per resoldre problemes de suma i resta que utilitzen els infants d'una aula de P4. A més a més, en aquest treball també parlaré de la importància que tenen les tècniques de comptatge per millorar les estratègies informals.

Per reflectir això, compararé dues proves realitzades amb uns infants en concret, una al novembre i una altra a l'abril, per veure si, després d'aplicar una proposta didàctica per millorar els factors que poden condicionar les estratègies informals i que es van detectar analitzant la prova del novembre, aquests propis factors han millorat i han permès una evolució de les estratègies informals per resoldre problemes de suma i resta.

Paraules clau: estratègies informals, problemes de suma i resta, tècniques de comptatge, proposta didàctica.

ABSTRACT

This work is focused on identifying informal strategies to solve addition and subtraction problems used by children in a class of P4. Moreover, this paper also discusses the importance of counting techniques to improve informal strategies.

To reflect this, I will compare two tests with children in particular, one realized in November and one in April, to see if, after applying an educational initiative to improve the factors that can determine the informal strategies and that were detected by analyzing the test of November, these factors have improved and have allowed the evolution of informal strategies to solve addition and subtraction problems.

Key words: informal strategies, addition and subtraction problems, counting techniques, educational initiative

ÍNDEX

	Pàg.
PUNT DE PARTIDA. PLANTEJAMENT DEL PROBLEMA I REVISIÓ DE LA LITERATURA	
1 Introducció.....	5
1.1 Presentació i justificació.....	5
1.2 Objectius i/o hipòtesis.....	5
1.3 Procés seguit per elaborar el treball.....	6
2 Marc teòric.....	7
2.1 Com adquireixen coneixements de numeració i càlcul els infants de 0 a 6 anys.....	7
2.1.1 L'aprenentatge de les tècniques per comptar.....	10
2.1.2 El desenvolupament del sentit numèric.....	13
2.2 Procediments informals dels infants per resoldre problemes de suma i resta.....	17
2.2.1 Problemes de suma i resta.....	18
2.2.2 Tipus de problemes.....	18
2.2.3 Addició informal. Estratègies.....	22
2.2.4 Subtracció informal. Estratègies.....	24
2.2.5 Relació de les estratègies informals amb els tipus de problemes.....	27
PROCÉS DE RECOLLIDA DE DADES: METODOLOGIA	
3 Metodologia.....	31
3.1 Paradigma de la investigació educativa.....	31
3.2 Orientació metodològica.....	31
3.3 Dimensions o aspectes concrets de l'estudi.....	32

3.4 Instruments.....	33
3.5 Procediment.....	34
PROCÉS D'ANÀLISI DE LES DADES OBTINGUDES	
4 Anàlisi dels resultats.....	38
4.1 Resultats prova 1. Novembre 2012.....	38
4.2 Resultats prova 2. Abril 2013.....	48
5 Relació dels resultats entre la prova 1 i la prova 2.....	57
5.1 Primera part de la prova.....	57
5.2 Segona part de la prova.....	60
VALORACIÓ FINAL	
6 Conclusions.....	65
7 Bibliografia.....	68

PUNT DE PARTIDA. PLANTEJAMENT DEL PROBLEMA I REVISÓ DE LA LITERATURA

1 INTRODUCCIÓ

1.1 Presentació i justificació

Des de fa més d'un any i arran de triar l'itinerari del coneixement científic i matemàtic del grau d'Educació Infantil, m'he començat a interessar per conèixer com aprenen les matemàtiques els infants de 0 a 6 anys. Per aquesta raó, aquest treball de final de grau està emmarcat en l'àrea de les matemàtiques.

Gràcies al que he treballat a les assignatures de Didàctica de la Matemàtica, sé que els infants abans de començar el segon cicle de l'educació infantil, ja posseeixen uns coneixements matemàtics informals. De la mateixa manera, abans d'aprendre els algorismes, els infants utilitzen estratègies inventades per a resoldre problemes de suma i resta. Amb aquest treball, vull obtenir un coneixement més ampli dels processos mentals i de les estratègies que usen els infants per a resoldre problemes de suma i resta. Per aquest motiu, en aquest TFG em plantejo les següents preguntes inicials:

- Quines són les estratègies informals que utilitzen els infants d'entre 4 i 5 anys per a resoldre problemes de suma i resta?
- Quins factors poden condicionar l'aparició de les estratègies informals?
- L'aplicació d'una proposta didàctica enfocada a millorar els factors que poden condicionar l'aparició de les estratègies informals permetrà una evolució d'aquestes?

1.2 Objectius i/o hipòtesis

Els objectius que em plantejo en el treball són:

- Identificar les estratègies informals que utilitzen els infants d'entre 4 o 5 anys per a resoldre problemes de suma i resta.
- Detectar els factors que poden condicionar l'aparició d'aquestes estratègies informals.
- Elaborar una proposta didàctica enfocada a millorar els factors que poden condicionar les estratègies informals.
- Comprovar si la proposta didàctica aplicada ha permès una evolució de les estratègies informals dels infants per a resoldre problemes de suma i resta.

També em plantejo una hipòtesis:

- Si aplico una proposta didàctica enfocada a millorar els factors que poden condicionar les estratègies informals, aquests factors milloraran i permetran una evolució de les estratègies informals.

1.3 Procés seguit per elaborar el treball

Aquest treball està dividit en dues parts: una part de fonamentació teòrica del tema que he escollit i una part pràctica en la qual he elaborat i posat en pràctica una proposta didàctica en una aula de P4 de l'escola Quatre Vents de Manlleu. Aquesta intervenció que he realitzat a l'aula durant el període de pràctiques ha estat fonamental pel meu procés d'investigació.

Pel què fa l'elaboració del marc teòric, m'he basat en diferents autors treballats en les assignatures de Didàctica de la Matemàtica I i II i l'assignatura de Desenvolupament Professional i Estratègies per al Professorat de Matemàtiques.

Pel què fa l'aplicació pràctica del TFG, he seguit el següent procés:

-Pas 1: Passar la primera prova de coneixements previs, analitzar-la i decidir la intervenció pràctica

-Pas 2: Realitzar la intervenció pràctica

-Pas 3: Passar la segona prova i analitzar-la

-Pas 4: Relacionar els resultats de les dues proves i comprovar l'eficàcia de la intervenció pràctica

Finalment, l'últim punt del treball està format per les conclusions que extrauré després de valorar i analitzar els resultats de tot el procés seguit durant la tota la part pràctica, així com també, la relació d'aquesta amb la fonamentació teòrica.

2 MARC TEÒRIC

Seguidament, presento el marc teòric en el qual està fonamentat aquest treball de final de grau. Per realitzar-lo, m'he basat en la lectura de diferents autors com Baroody (1988), Carpenter (1999), Puig i Cerdán (1995), Van de Walle (2010), entre d'altres, els quals aniré esmentant a continuació.

Aquesta fonamentació teòrica l'he organitzat de la següent manera:

En primer lloc, es pot trobar un apartat en el qual explicaré com els infants de 0 a 6 anys adquireixen els coneixements de numeració i càlcul. Aquest apartat està format per l'explicació dels tres tipus de coneixements que distingeix Baroody: el coneixement intuïtiu, informal i formal i sobre com els infants adquireixen aquests coneixements, per l'explicació de què són i quines són les tècniques per comptar i, finalment, en l'últim punt d'aquest apartat parlaré del desenvolupament del sentit numèric.

En segon lloc, posaré èmfasi en les estratègies informals que utilitzen els infants per a resoldre problemes de suma i resta així com també, explicaré què és un problema, els tipus de problemes que es poden trobar i una relació entre aquests i les estratègies informals.

2.1 Com adquireixen coneixements de numeració i càlcul els infants de 0 a 6 anys

Veient estudis de diferents autors, es pot dir que els infants tenen una certa comprensió innata del nombre, és a dir, tenen un sentit natural del número des de ben petits (Baroody, 1988; Beckley i Compton, 2010). Per exemple, hi ha investigacions que demostren que els infants de 6-7 mesos ja poden distingir entre conjunts d'un, dos i tres elements.(Starkey i Cooper, 1980)

Les investigacions d'aquests últims autors citats anteriorment, van demostrar que si s'ensenyava als infants una imatge amb tres objectes més d'una vegada, aquests deixaven de prestar atenció a la imatge. En canvi, si s'introduïa una imatge amb dos o quatre objectes, els infants tornaven a estar atents, tot indicant que s'adonaven del canvi. Per tant, aquests investigadors van arribar a la conclusió que els infants, ja des de ben petits, són capaços de distingir canvis pel què fa les quantitats de manera que tenen un sentit natural del número.

Per poder explicar aquesta comprensió innata del nombre i com adquireixen coneixements de numeració i càlcul els infants de 0 a 6 anys, Baroody (1988) distingeix tres tipus de coneixements: l'intuïtiu, l'informal i el formal.

El coneixement intuïtiu

És el coneixement que desenvolupen els infants entre els 0 i els 3 anys i l'adquireixen a partir de la percepció visual, del que ells creuen veure, de l'aparença, encara que no sempre tot el que veuen equival a la realitat. Però, per poder explicar millor què és el coneixement intuïtiu, necessito parlar de l'aprehensió sobtada ("subitització") i de la numerositat.

L'aprehensió sobtada és la capacitat de reconèixer un determinat nombre d'objectes de forma immediata i sense necessitat de comptar. Els infants quan són petits ja són capaços de reconèixer un, dos o tres objectes sense necessitat de comptar, molt abans de saber el llenguatge per anomenar els números. (Bekley i Compton , 2010; Montague-Smith, 2007).

La numerositat és l'habilitat de comparar dues col·leccions d'objectes i dir, sense necessitat de comptar, quina de les dues col·leccions té més objectes. Hi ha dos factors que afecten la numerositat: la distància i la magnitud. Per exemple, si es mostren dos conjunts, un amb dos objectes i l'altre amb sis, és més fàcil determinar en quin conjunt n'hi ha més que si es mostren per comparar una col·lecció de quatre objectes i un altre de cinc ja que, com que els infants es guien per la percepció visual, visualment és més fàcil determinar on hi ha més objectes en el conjunt de dos i sis que en el conjunt de quatre i cinc ja que, en el conjunt de dos i sis, la diferència entre magnituds és més elevada que en el de quatre i cinc.

A més a més de tenir nocions intuïtives de magnitud i equivalència, els infants també tenen nocions intuïtives pel que fa l'addició i la subtracció. Segons Baroody (1988), el sentit natural del número permet als infants reconèixer si una col·lecció ha estat alterada i, també, els permet adonar-se'n que afegir, en casos simples, un objecte a una col·lecció fa que n'hi hagi "més" i que treure un objecte, en casos simples, fa que n'hi hagi "menys" (Baroody, 1988, p. 44)

Com ja he esmentat anteriorment, no sempre el que veuen els infants es correspon amb la realitat i per això, segons la situació, el coneixement intuïtiu pot ser imprecís i limitat. Això es pot veure amb el què Piaget (1965) anomena com a conservació de la quantitat. Un dels exemples més clars és la col·locació de dues fileres amb el mateix

número d'objectes de forma aparellada. En un primer moment, l'infant compta i determina que hi ha el mateix número d'objectes en les dues fileres però, si una de les fileres s'allarga (es modifica el seu aspecte) i se li torna a demanar a l'infant si hi ha la mateixa quantitat d'objectes, aquest, al guiar-se per la percepció visual, determinarà que la filera més llarga és la que té més objectes, encara que abans els hagi comptat i hagi vist que les dues fileres eren iguals.

El coneixement informal

Arriba un moment en el qual els infants veuen que el coneixement intuïtiu no és suficient i, per això, utilitzen instruments més precisos i fiables com comptar i enumerar (Baroody, 1988, p.45). Així doncs, comptar i enumerar són els dos instruments que formen el coneixement informal i, gràcies aquests, els infants observen que la seva percepció visual era errònia.

Quan he explicat el coneixement intuïtiu he parlat sobre la conservació de la quantitat amb l'exemple de la filera. Si aquest mateix exemple es tornés a fer amb un infant que sap comptar i enumerar, aquest no es deixaria guiar per la seva percepció visual i, comptant, determinaria que les dues fileres continuen tenint el mateix número d'objectes encara que una s'hagi allargat. Tot això, tenint en compte que sigui un infant que també tingui clar el concepte de nombre, del qual parlaré posteriorment.

Baroody diu que *“comptar ofereix als infants el vincle entre la percepció directa concreta, encara que limitada, i les idees matemàtiques abstractes, però generals. Comptar col·loca el nombre abstracte i l'aritmètica elemental a l'abast dels infants”* (Baroody, 1988, p. 45)

Com el coneixement intuïtiu, el coneixement informal també té limitacions ja que com més grans són els números, els mètodes informals són més propensos a l'error.

El coneixement formal

El coneixement formal és la matemàtica escrita i simbòlica que s'imparteix a les escoles i que permet als infants superar les limitacions del coneixement informal. El fet d'escriure els procediments matemàtics ajuda als infants a superar les limitacions del coneixement informal i a tenir els mitjans eficaços per realitzar càlculs aritmètics amb números més grans. A més a més, és important que els infants, a partir dels 6 anys, aprenguin els conceptes dels ordres d'unitats de base deu perquè quan treballin amb

números grans, puguin pensar en aquests en termes d'unitats, desenes, centenes, etc. (Baroody, 1988, p. 45)

Baroody diu que *“la matemàtica formal permet als infants pensar d'una manera més abstracte i poderosa i abordar amb eficàcia els problemes en els quals intervenen números grans.”* (Baroody, 1988, p. 46)

És molt important tenir en compte aquests tres tipus de coneixements i, sobretot, és molt important que l'ensenyament formal es basi en el coneixement informal dels infants perquè, aquests, quan arriben a l'escola, no són recipients buits que s'han d'omplir de coneixements sinó que ja arriben amb una gran quantitat de coneixements matemàtics informals. El fet de no tenir en compte el coneixement informal dels infants, pot provocar un procés d'aprenentatge memorístic i es poden crear creences destructives i conceptes erronis.

2.1.1 L'aprenentatge de les tècniques per comptar

Com ja he explicat anteriorment, comptar i enumerar és la base del coneixement informal dels infants però no només això ja que, com diu Baroody, és essencial per l'aprenentatge de l'aritmètica informal:

“Els infants desenvolupen una comprensió fonamental de l'aritmètica abans d'anar a l'escola gràcies a les seves experiències de comptar. És a dir, la base pel desenvolupament de l'aritmètica informal és el desenvolupament de les tècniques de comptatge” (Baroody, 1988, p. 128)

Comptar vol dir desenvolupar una jerarquia de tècniques que amb la pràctica es van fent més automàtiques i que, si s'executen amb eficiència, es poden integrar amb altres tècniques per formar una tècnica més complexa. Així doncs, les tècniques de comptatge que han de desenvolupar els infants són les següents:

- Comptar oralment

Implica dir els nombres de la seqüència numèrica: 1, 2, 3, 4, 5, 6...correctament i amb ordre.

Fins el 16, els números s'aprenen de memòria i, a partir d'aquí, els infants aprenen a comptar fins a 100 utilitzant unes regles però, no tots els infants utilitzen les mateixes. A més a més, els infants moltes vegades creen les seves pròpies regles i diuen “vintideu” per dir 30. Això vol dir que no només es dediquen a imitar als adults sinó

que també intenten crear el seu propi sistema de regles. També, la majoria d'infants que tenen entre 4 i 6 anys poden arribar a comptar fins a 29 o 39.

Com diu Baroody *“la pràctica de la utilització de la sèrie numèrica oral per part dels infants facilitarà que aquests aprenguin a utilitzar la seva representació mental de la sèrie amb més elaboració i flexibilitat”* (Baroody, 1988, p. 90)

- Enumerar

Vol dir que els infants combinin el fet de dir la sèrie numèrica mentre senyalen els objectes d'un en un. És a dir, si un infant ha de comptar quatre objectes, hauria de dir 1 (al primer objecte), 2 (al segon objecte), 3 (al tercer objecte) i 4 (al quart objecte). En canvi, si diu 1, 2, 4, 5 mentre senyala els objectes, aquest infant està fent un error de enumeració ja que s'està deixant l'etiqueta del 3. Per tant, els infants han d'aprendre a acompassar les paraules de la sèrie numèrica oral amb l'objecte corresponent cada cop que compten.

Aquest procés a vegades no és fàcil ja que amb col·leccions grans i desordenades, els infants han d'aprendre estratègies per portar el compte dels elements que han comptat i els que no. (Baroody, 1988, p. 91)

- Regla de valor cardinal

Implica que els infants sàpiguen que quan compten un conjunt, l'etiqueta final designa el número total d'elements del conjunt. Per exemple, si compten un conjunt de quatre objectes i se'ls demana quants n'hi ha, no és necessari que tornin a dir: 1,2,3, 4 sinó que amb la pràctica se'n adonen que dient l'últim número del procés d'enumeració, en aquest cas el 4, diuen la quantitat total d'objectes del conjunt.

A vegades, els infants que no tenen clar aquesta regla quan se'ls hi demana quants objectes hi ha en un conjunt un cop ja l'han comptat, tornen a comptar el conjunt. Per això, en aquests infants se'ls hi ha de donar pistes perquè descobreixin que l'últim nombre designa el conjunt. Per exemple, els hi podem dir que quan comptin, recordin l'últim número que han dit perquè així sabran quantes coses han comptat.

Van de Walle (2010), comparteix amb Baroody que aquestes tres tècniques: comptar oralment, enumerar i la regla del valor cardinal, són les necessàries per desenvolupar els principis de comptatge però, també hi ha altres tècniques que tenen a veure amb el procés de comptar:

- Regla del compte cardinal

És la regla inversa a la del valor cardinal. Baroody (1988) especifica que un terme cardinal com “5” és l'etiqueta assignada a l'últim element quan s'enumera un conjunt de 5 objectes. A més a més, els infants han d'aprendre que un terme com “5” és al mateix temps el nom d'un conjunt (nombre cardinal) i un nombre per comptar. (Baroody, 1988, pàg. 92). És a dir, si li dic a un infant que tinc cinc colors i que posi aquests cinc colors en una safata, aquest ha d'entendre que ja he comptat el conjunt per saber que n'hi ha 5 i que, per tant, ell no necessita tornar a comptar els colors per saber que n'hi ha 5.

I encara més, per exemple, perquè un infant pugui determinar si un conjunt de nou punts és “més” o “menys” que un de 8, necessita tenir clares dues tècniques més: separar i comparar quantitats.

- Separar

Vol dir comptar un nombre concret d'objectes a mesura que es van separant d'uns altres. Aquesta tècnica que utilitzem sovint, per exemple quan li diem a un infant: *dóna'm tres colors*, no és una tasca cognitiva fàcil ja que implica: observar i recordar el nombre d'elements que s'han demanat, etiquetar cada element per separat i amb una única etiqueta numèrica i controlar el procés de separació.

Moltes vegades els infants tenen problemes per separar el número correcte d'objectes perquè no porten el control dels objectes que ja han comptat.

- Comparar magnituds

És quan els infants descobreixen que el terme numèric que ve després a la seqüència numèrica significa “més” que el nombre d'un terme anterior. És a dir, la posició d'un nombre dins la sèrie numèrica defineix la seva magnitud. Pels infants és més fàcil comprar magnituds separades com 2 i 8 que magnituds més juntes com 7 i 8. Per això, al principi és millor que els infants comparin magnituds que estan més separades entre elles per després, passar a comparar magnituds més juntes a aproximades.

Un cop explicades les tècniques per comptar, és molt important que els infants les dominin totes fins que aquestes arribin a ser automàtiques ja que totes les tècniques es basen les unes amb les altres i, com ja he comentat anteriorment, és necessari

desenvolupar-les correctament perquè són la base de l'aritmètica informal. A més a més, per cada tècnica s'han de fer unes activitats concretes i repetir-les contínuament a partir d'experiències concretes per fomentar el seu desenvolupament. Finalment, aquestes activitats amb les quals els infants han d'aprendre les tècniques de comptatge, han de ser activitats que siguin regulars i d'interès pels infants i que no siguin sempre les mateixes

2.1.2 El desenvolupament del sentit numèric

En el punt anterior he parlat sobre les tècniques de comptatge necessàries per comptar i enumerar. El desenvolupament d'aquestes tècniques ajuda a desenvolupar el sentit numèric, però saber comptar no significa saber aquest concepte. Per exemple, un infant pot comptar i enumerar correctament i seguir sense conservar la quantitat. (Exemple explicat anteriorment: dues fileres amb el mateix número d'objectes, si una s'allarga, per un infant que no té clar el concepte de nombre, la llarga té més objectes)

En aquest apartat faré incidència sobre què s'entén per sentit numèric, seguidament explicaré dos punts de vista diferents sobre com els infants el desenvolupen i, finalment, parlaré sobre què es necessita per desenvolupar el sentit numèric ja que les tècniques de comptatge no són suficients.

Així doncs, per sentit numèric es troben diferents definicions:

“Bona intuïció sobre els nombres i les seves relacions. Es desenvolupa gradualment com a resultat de l'exploració dels nombres, la visualització d'aquests en diversos contextos i la relació d'aquests de diverses maneres que no estan limitades pels algorismes tradicionals” (Howden, 1989, pàg.11)

Fennell i Landis¹ també defineixen el sentit numèric com: *“Prendre consciència i comprensió dels nombres, les seves relacions, la magnitud, l'efecte dels nombres en les operacions, el càlcul mental i l'estimació”*.

Com es pot veure, aquestes dues definicions són molt semblants encara que no utilitzen les mateixes paraules. Les dues parlen sobre la importància de comprendre els nombres i les seves relacions en diferents contextos i, sobretot, la primera esmenta que es desenvolupa gradualment. Per tant, el sentit numèric no és un concepte que

¹ Es pot ampliar informació a PARRISH, Sherry (2010). *Number talks: Helping Children Build Mental Math and Computation Strategies, Grades K-5*.

els infants han de desenvolupar d'un dia per l'altre sinó que necessiten temps per fer-ho.

Des de la vessant psicològica es donen diferents punts de vista sobre el desenvolupament del sentit numèric: el punt de vista dels requisits lògics i el punt de vista basat en comptar. Aquests dos punts de vista, els explicaré basant-me en com els explica Baroody (1988).

Punt de vista dels requisits lògics

Segons aquest punt de vista, el desenvolupament del concepte del número i d'una manera significativa de comptar depèn de l'evolució del pensament lògic. (Baroody, 1988,p.107).

Piaget (1965) diu que els infants abans de tenir "us de raó" (cap als 7 anys) són incapaços de comprendre el número i l'aritmètica. Per això, quan un infant en la resposta a l'exemple de dalt diu que la fila més llarga és la que té més objectes, la resposta que dona es deu a una incapacitat de pensar lògicament. A més a més, Piaget també afirma que els nens aprenen a recitar la sèrie numèrica i dades aritmètiques en edat primerenca, però que són actes completament verbals i sense sentit.

També, hi ha altres psicòlegs com Wohlwill i Lowe (1962) que han arribat a la conclusió que comptar té poc o res a veure amb el desenvolupament del concepte numèric.

Punt de vista basat en comptar

Segons aquest punt de vista, comptar és essencial pel desenvolupament de la comprensió del número.(Baroody, 1988, p.109).

Així doncs, i seguint amb l'exemple de les fileres, que un infant digui que a la filera més llarga hi ha més objectes és el resultat d'un coneixement incomplet de com s'ha de comptar i no d'una incapacitat de pensar lògicament.

Altres psicòlegs també diuen que la comprensió del número evoluciona lentament com a resultat directe de les experiències de comptar (Gelman, 1972; Zimiles, 1963).

En resum, el punt de vista dels requisits lògics diu que l'infant no és prou madur per fer segons quines relacions lògiques “és massa petit encara” i per això no és capaç de determinar, en l'exemple de les fileres, que encara que se'ls canviï l'aparença, continua havent-hi el mateix número d'objectes. En canvi, el punt de vista basat en comptar diu que, com més experiències de comptar es proporcioni als infants, més possibilitats tindran aquests per comprendre i desenvolupar el sentit numèric. El que necessiten els infants és practicar amb activitats que impliquin comptar.

Seguint la línia del punt de vista basat en comptar, Baroody (1988) esmenta una sèrie de conceptes que poden ajudar als infants a desenvolupar el sentit numèric. Aquests conceptes o principis, estan relacionats amb l'acció de comptar i són els següents:

- Principi d'ordre estable: és necessari que l'infant tingui clar que, per comptar, ha de repetir el nom dels números amb el mateix ordre cada vegada per establir una seqüència numèrica coherent.
- Principi de correspondència: és necessari que l'infant, per comptar, sàpiga que ha de combinar el fet de dir la sèrie numèrica mentre assenyala els objectes d'un en un.
- Principi d'unicitat: és necessari que l'infant, per comptar, atribueixi una etiqueta (nom del número) i només una, a cada objecte ja que les etiquetes són úniques i diferents i no es poden repetir.
- Principi d'abstracció: és necessari que l'infant sàpiga que, per comptar, ha de saber com definir un conjunt. Aquest principi es refereix a la qüestió del que es pot agrupar per formar un conjunt. Quan comptem un conjunt, aquest pot està format per objectes similars (pals) o diferents (pals i pedres). Per incloure elements diferents en un conjunt, l'infant ha de passar per alt les diferències físiques dels elements i classificar els objectes com a “coses”.
- Principi de valor cardinal: és necessari que l'infant conegui que, quan compta un conjunt d'objectes, la última etiqueta designa el número total d'elements del conjunt.
- Principi d'irrellevància de l'ordre: és necessari que l'infant sàpiga que la distribució dels elements i l'ordre de la seva enumeració no tenen importància a l'hora de determinar la designació cardinal del conjunt. És a dir, no importa per on es comenci a comptar ja que la quantitat no depèn de com estan col·locats

espacialment els objectes. Tant si es comença per la dreta, per l'esquerra, en vertical o en horitzontal, el resultat serà el mateix si es tenen clars els 5 principis anteriors.

Com a últim element, és important que els infants tinguin clar el concepte de conservació de la quantitat, és a dir, que el número d'objectes d'una col·lecció no varia encara que es col·loquin de forma diferent. D'aquest concepte ja n'he parlat anteriorment amb l'exemple de les dues fileres d'objectes amb el mateix número d'objectes però que, si una s'allarga, per un infant que no té clar les tècniques de comptatge ni ha desenvolupat el sentit numèric, la fila més llarga tindrà més objectes. En canvi, per un infant que domina les tècniques de comptatge i té clars tots els principis anteriors, i en concret, té clar el concepte de conservació de la quantitat, encara que l'aparença de les dues files es modifiqui, tindrà clar que el número d'objectes és el mateix.

Continuant amb què necessiten els infants per desenvolupar el sentit numèric, Van de Walle (2010) esmenta que s'han de crear més relacions perquè els infants el desenvolupin un cop aquests ja hagin adquirit el concepte del valor cardinal i puguin utilitzar les seves habilitats per comptar significativament. Per això, ell enumera quatre relacions que han d'ajudar als infants a desenvolupar la comprensió dels nombres. Van de Walle, 2010, p. 130). Són les següents:

- Identificació de quantitats: els infants han d'aprendre a reconèixer quants objectes hi ha en un conjunt sense necessitat de comptar. Per exemple, utilitzant les cartes de punts. Les cartes de punts poden ser d'un sol nombre o poden ser la combinació de dos nombres per formar-ne un. (carta de 5 o carta de 6 amb 3 i 3)
- Un i dos més i un i dos menys: els infants han d'establir diferents relacions numèriques de més 1 i més 2 i menys 1 i menys 2. Per exemple, han de saber que 7 és un més que 6 i dos menys que 9.
- Punts de referència de 5 i 10: el 10 representa un paper molt important en el nostre sistema de numeració i, per això, és necessari conèixer que 5 i 5 fan 10 i, a més a més, és útil per desenvolupar les relacions numèriques de l'1 al 10 per formar diverses combinacions de números. Per exemple, amb la utilització de la graella de 10 (ten frame) es pot veure que 8 és 5 més 3 o que 8 és 2 menys que 10.

- Esquema parts-total: és la relació més important que han de desenvolupar els infants. Es tracta de conèixer que un número pot estar format de dues o més parts. Per exemple, el número 7 pot ser 4 més 3 o 5 més 2.

Per Van de Walle (2010), la principal eina que utilitzaran els infants per construir aquestes relacions serà el compteig, per tant, les relacions que explica ell, també van relacionades amb l'acció de comptar com els conceptes que he explicat anteriorment de Baroody (1988). No obstant, amb el pas del temps Van de Walle (2010) diu que comptar es convertirà en una eina cada vegada menys necessària ja que els nens construiran noves relacions a partir de la utilització d'altres idees més potents.

En resum, els dos autors dels que he parlat anteriorment i que proposen diferents conceptes o relacions per ajudar als infants a desenvolupar el sentit numèric, donen importància a l'acció de comptar per poder desenvolupar aquest concepte. Per això, dels dos punts de vista sobre com desenvolupen els infants el sentit numèric, aquests autors els emmarco en el punt de vista basat en comptar.

2.2 Procediments informals dels infants per resoldre problemes de suma i resta

En anteriors apartats, ja he explicat que els infants, des de ben petits, tenen nocions intuïtives pel que fa l'addició i la subtracció i saben que afegir és "més" i treure és "menys". També, he esmentat que el desenvolupament de les tècniques de comptatge és fonamental pel desenvolupament de l'aritmètica informal.

Així doncs, s'entén per aritmètica informal, la comprensió de l'addició (afegir-ne més) i la subtracció (treure'n) que tenen els infants abans d'anar a l'escola a partir de les seves experiències per comptar. Per tant, la base de la comprensió d'aquests conceptes guia als infants per construir procediments aritmètics informals. (Baroody, 1988, p. 128)

A continuació, definiré què és un problema i els tipus de problemes de suma i resta que es poden trobar. Un cop explicats els problemes, explicaré les diferents estratègies que utilitzen els infants i que sorgeixen de forma natural. Finalment, exposaré la relació que fa un autor sobre les estratègies més utilitzades pels infants segons el tipus de problema que hagin de resoldre.

2.2.1 Problemes de suma i resta

Seguidament, explicaré quins són els diferents tipus de problemes de suma i resta que es poden trobar però, abans, definiré què és un problema i què s'entén per resolució de problemes.

“Un problema se considera como tal para un sujeto cualquiera cuando este sujeto es consciente de lo que hay que hacer, sin saber, en principio, cómo hacerlo. En este sentido, el sujeto reconoce un desafío novedoso al que hay que dar respuesta. La posibilidad o imposibilidad de solución y su expresión, tanto cualitativa como cuantitativa, se buscará con la elaboración razonada de estrategias personales apoyadas en métodos, técnicas y modelos, convencionales, o no, que respalden la precisión del vocabulario, la exactitud de los resultados y la contrastación de la respuesta obtenida. (Fernández Bravo, 2007, p. 14)

Puig i Cerdán (1988) diuen que per poder explicar què és un problema primer hem de descriure les característiques del seu enunciat i la seva resolució. Aquests, diuen que la informació que dóna un enunciat és de caràcter quantitatiu i la pregunta es refereix a una determinació de una o més quantitats o relacions entre quantitats. (Puig i Cerdán, 1988, p.15)

Aquests mateixos autors afirmen que la feina de resoldre un problema és una tasca privilegiada per l'aprenentatge. Però, concretament, defineixen el procés de resolució d'un problema com *“l'activitat mental desplegada per la persona que resol el problema des del moment en què, quan se li presenta el problema, assumeix que el que té davant és un problema i vol resoldre fins que, dóna per finalitzada aquesta resolució”* (Puig i Cerdán, 1988, p. 21).

2.2.2 Tipus de problemes

Quan pensem en problemes de suma i resta, sempre ens imaginem el típic problema de: *Tinc 3 caramels i me'n donen 2. Quants en tinc ara?* o *Tinc 5 caramels i en dono 3. Quants me'n queden?* Però no sempre sumar vol dir afegir ni resta vol dir treure.

Per classificar els diferents tipus de problemes, ens podem basar en diferents criteris però en aquesta recerca m'he basat amb la classificació que fa Carpenter et al (1999). El criteri que utilitza aquest per classificar els problemes de suma i resta es basa en fixar-se en el tipus d'acció o de relacions descrites en el problema. De manera que, Carpenter distingeix quatre tipus bàsics de problemes: de canvi (augment o

disminució) de combinació i de comparació, els quals explicaré més detalladament a continuació:

▪ Problemes de canvi (augment)

Aquest problema es caracteritza perquè es produeix una acció directa o implícita en la qual s'afegeixen elements a un conjunt donat. Segons la quantitat que es prengui com incògnita, es poden generar tres tipus de problemes diferents.

Canvi (augment)	(Resultat desconegut $5+8=?$)	(Canvi desconegut $(5+?=13)$)	(Inici desconegut $?+8=13$)
	La Carla té 5 bales. En Joan n'hi dona 8 més. Quantes bales té ara la Carla?	La Carla té 5 bales. En Joan n'hi dona unes quantes més. Si ara la Carla té 13 bales, quantes n'hi ha donat en Joan?	La Carla té unes quantes bales i en Joan n'hi ha donat 8. Ara la Carla té 13 bales. Quantes bales tenia la Carla al començament?

▪ Problemes de canvi (disminució)

Aquests problemes són semblants als anteriors però en comptes d'afegir elements, es treuen elements a un conjunt donat. Com en els de canvi (augment), es poden generar tres tipus de problema segons la incògnita.

Canvi (disminució)	(Resultat desconegut $13-5=?$)	(Canvi desconegut $(13-?=8)$)	(Inici desconegut $?-5=8$)
	La Carla té 13 bales. N'ha donat 5 a en Joan. Quantes bales li queden a la Carla?	La Carla té 13 bales. En dona algunes a en Joan. Ara a la Carla li queden 8 bales. Quantes bales ha donat la Carla a en Joan?	La Carla té unes quantes bales. N'ha donat 5 a en Joan. Ara li queden 8 bales. Quantes tenia la Carla al començament?

▪ Problemes de combinació (Esquema parts-total)

Aquest tipus de problemes es caracteritzen pel fet que no es produeix cap acció sinó que s'estableix una relació entre un conjunt i els seus dos subconjunts. Com que no s'afegeix un conjunt a l'altre, ambdós conjunts assumeixen papers equivalents en el problema. Existeixen dos tipus de problemes de combinació:

Combinació	(Total desconegut)	(Una part desconeguda)
	-La Carla té 5 bales i en Joan en té 8. Quantes bales tenen entre tots dos? -La Carla té 5 bales vermelles i 8 de blaves. Quantes bales té la Carla?	-La Carla i en Joan tenen 13 bales entre tots dos. Si la Carla en té 5, quantes bales té en Joan? -La Carla té 13 bales, 5 són vermelles i la resta són blaves. Quantes bales blaves té la Carla?

▪ Problemes de comparació

Els problemes de comparació, igual que els de combinació, descriuen relacions entre quantitats en comptes d'accions d'afegir o treure però, els problemes de comparació, presenten una relació estàtica de comparació entre dues quantitats més que la relació entre un conjunt i dos subconjunts.

Donat que una quantitat es compara amb una altra, una de les quantitats rep el nom de "quantitat de referència" i l'altra de "quantitat comparada". La tercera quantitat en aquest tipus de problema és la "diferència". Així doncs, depèn del tipus d'incògnita, poden sorgir tres problemes diferents:

Comparació (més que)	(Quantitat de referència)	(Quantitat comparada)	(Diferència)
	La Carla té 13 bales. En Joan en té 5. Quantes bales té la Carla més que en Joan?	En Joan té 5 bales. La Carla en té 8 més que en Joan. Quantes bales té la Carla?	La Carla té 13 bales. Ella en té 5 més que en Joan. Quantes bales té en Joan?

Com es pot veure, només variant la incògnita, de cada tipus de problema se'n poden crear 3 de diferents formant un conjunt d' 11 tipus diferents. Cada un d'aquests 11 problemes serà diferent per cada infant i aquests utilitzaran diferents estratègies per resoldre'ls. A més a més, aquests problemes varien significativament de dificultat i seran més fàcils o més difícils segons com estiguin redactats i segons les situacions que es descriguin en ells. És a dir, els 11 tipus de problemes contenen les mateixes paraules claus però l'estructura de cada problema és única i està relacionada amb la manera com el resolen els infants.

Per exemple, els problemes són més senzills si l'ordre en el qual apareixen les frases a l'enunciat és el mateix ordre que s'ha de seguir per resoldre els problema. D'aquesta manera, dels tipus bàsics de problemes que he explicat, sempre són els primers, els de resultat desconegut en el cas dels problemes de canvi, els de total desconegut, en el cas dels problemes de combinació i els de quantitat de referència, en el cas dels problemes de comparació, els que resultaran més fàcils de resoldre pels infants.

Per il·lustrar el què acabo d'explicar, puc comparar dos problemes:

-En Joan té 3 galetes i la Laura n'hi dóna 2 més. Quantes galetes té ara en Joan?

-En Joan té 3 galetes. La Laura n'hi dóna unes quantes més. Ara en Joan en té 5. Quantes galetes li ha donat la Laura?

D'aquests dos problemes, el primer és més fàcil que el segon perquè en el primer el què no sabem és la quantitat final, el resultat desconegut, en canvi, en el segon sabem el resultat total però ens falta la quantitat de canvi. Que ens falti aquesta quantitat i sapiguem la total, fa que aquest problema tingui més dificultat que el primer.

Fins aquí, he explicat els diferents tipus de problemes que planteja Carpenter però, Puig i Cerdán (1988), també estableixen la mateixa classificació sobre els diferents tipus de problema: de canvi, de combinació i de comparació però, en els problemes de comparació esmenten el següent: *“donat que el sentit de la comparació es pot establir en més o menys i que es pot preguntar per qualsevol de les tres quantitats, el número de possibles problemes de comparació és sis.”* (Puig i Cerdán, 1988, p.102)

Així doncs, els problemes de comparació de la classificació de Carpenter (1999) són problemes de comparació de “més que”. A continuació, exposaré els problemes de comparació de “menys que” que es troben a Puig i Cerdan (1988, p 102).

Comparació (menys que)	(Quantitat de referència)	(Quantitat comparada)	(Diferència)
	La Carla té 13 bales. En Joan en té 5. Quantes bales té en Joan menys que la Carla?	La Carla té 13 bales. En Joan en té 5 menys. Quantes bales té en Joan?	En Joan té 8 bales. Té 5 bales menys que la Carla. Quantes bales té la Carla?

Les classificacions no s'acaben aquí sinó que, Puig i Cerdán (1988) expliquen que hi ha una altra categoria de problemes anomenats també per autors com Carpenter i Moser (1983). Aquests problemes són els d'igualació.

▪ Problemes d'igualació

Aquests problemes es caracteritzen perquè en ells hi ha una comparació entre les quantitats que apareixen, establerta pel comparatiu d'igualtat "tants com". En aquests problemes també estan presents les tres quantitats diferents: de referència, comparada i de diferència i, per tant, la incògnita pot ser qualsevol d'elles. A més a més, el sentit del problema pots de "més" o de "menys" segons la relació entre la quantitat de referència i la quantitat comparada. Per tant, també hi poden haver sis tipus de problemes d'igualació:

Igualació (més)	(Quantitat de referència) La Carla té 13 bales. En Joan en té 5. Quantes bales ha de guanyar en Joan per tenir-ne tantes com la Carla?	(Quantitat comprada) La Carla té 13 bales. Si en Joan en guanya 8, en tindrà tantes com la Carla. Quantes bales té en Joan?	(Diferència) En Joan té 5 bales. Si en guanya 8, en tindrà tantes com la Carla. Quantes bales té la Carla?
Igualació (menys)	(Quantitat de referència) La Carla té 13 bales. En Joan en té 5. Quantes bales ha de perdre la Carla per tenir-ne tantes com en Joan?	(Quantitat comprada) La Carla té 13 bales. Si en Joan en perd 5, en tindrà tantes com la Carla. Quantes bales té en Joan?	(Diferència) En Joan té 18 bales. Si en perd 5, en tindrà tantes com la Carla. Quantes bales té la Carla?

Un cop explicats els diferents problemes de suma i resta que es poden trobar, és el moment de parlar de les estratègies que utilitzen els infants per resoldre'ls.

2.2.3 Addició informal. Estratègies

Els infants, tant per resoldre problemes de suma com de resta, utilitzen unes estratègies que inventen ells i que són flexibles ja que cada infant usa les seves pròpies estratègies.

Al principi, els infants utilitzen objectes per realitzar sumes. A més a més, i gràcies a la immediata disponibilitat, usen els dits per realitzar sumes fins a 10. Baroody (1988) diferencia entre procediments concrets i procediments mentals. Els procediments concrets són aquells en els quals els infants utilitzen material (dits o objectes) per

resoldre problemes, tant de suma com de resta. En els procediments mentals els infants resolen els problemes, tant de suma com de resta, comptant i sense necessitat de material encara que, en aquests procediments també es pot utilitzar si és necessari. A continuació, parlaré més concretament de les estratègies que es poden trobar tant en els procediments concrets com en els mentals.

- Procediments concrets

L'estratègia més bàsica des del punt de vista del desenvolupament és la del **compte concret global (CC)**: els objectes es compten un per un per representar un sumand, es repeteix el mateix procés amb l'altre sumand i després es compten tots els objectes per determinar la suma.

Els infants inventen diferents dreceres per el laboriós procés del CC. Una d'aquestes dreceres és l'estratègia de les **pautes digitals**: fer una pauta digital, mostrant els dits sense comptar-los, del primer sumand, és a dir, si la suma és $3 + 2$, l'infant primer representa el tres amb els dits d'una mà. A continuació, l'infant fa una pauta digital amb l'altre sumand, per tant, representa amb l'altre mà el dos perquè és el segon sumand. Ara, té 2 dits en una mà i 3 dits en l'altre i, per saber el resultat total de la suma ha de comptar tots els dits conjuntament. Amb aquesta manera, el nen només ha de comptar un cop per saber el resultat.

Tot i aquest procés, els infants encara utilitzen un altre procés amb el qual determinen amb més rapidesa el resultat de la suma. En aquest cas, és l'estratègia de **reconeixement de pautes**: el procés és el mateix que l'explica't anteriorment però en comptes de comptar tots els dits per determinar la suma, l'infant reconeix el resultat veient tots els dits que es mostren i sense necessitat de comptar.

- Procediments mentals

Amb el temps, els infants abandonen espontàniament els procediments concrets i inventen procediments mentals per calcular sumes. (Groen i Resnick, 1977). El procés més bàsic de l'addició mental és el **de comptar-ho tot començant pel primer sumand (CTP)**: per fer $2+4$ els infants compten "1,2; es paren i continuen dient: 3 (és un més), 4 (són dos més), 5 (són tres més), 6 (són quatre més)- i diuen 6 com a resposta. Aquesta tècnica és força sofisticada ja que comporta l'enumeració del segon sumand a mesura que el nen compta a partir del primer (procés de control simultani). Baroody (1988) explica que, amb el temps, els infants inventen dreceres pel càlcul mental. Una d'elles és l'estratègia de **comptar a partir del primer sumand (CPP)**.

Aquesta estratègia escurça el procés de CTP: per fer $2+4$, els infants diuen **2** directament, comencen a comptar a partir del 3 i fan és $3(+1)$, $4(+2)$, $5(+3)$, $6(+4)$ i diuen com a resposta 6” (Baroody, 1988, p.133).

Una altra de les estratègies que utilitzen els infants i que redueix el nombre de passos que es fa amb les anterior estratègies de portar el compte, és la de **comptar-ho tot començant pel terme major (CTM)**: es compta fins al cardinal del nombre més gran a partir de 1 i llavors es segueix comptant mentre s'enumera el terme menor. Per fer $2+4$, els infants compten des d'1 fins arribar al terme major “1,2,3,4; i després continuen $5(+1)$, $6(+2)$ -i donen com a resposta el 6”

Però, el procediment informal d'addició mental més econòmic és el de **comptar a partir del terme major (CPM)**: es comença a comptar a partir de la designació del cardinal del nombre més gran. Per fer $2+4$, els infants diuen “**4** , i comencen a comptar a partir d'aquest número; $5(+1)$, $6(+2)$ i diuen 6 com a resposta”.

Tant en els processos concrets com en els processos mentals, mitjançant el control dels seus intents, els nens poden adaptar o inventar nous procediments quan veuen que els hi fa falta reajustar els mètodes que ja utilitzen. Per això, l'autocontrol, l'inventiva i la flexibilitat permet als infants escollir la manera més adequada per solucionar els problemes d'addició informal.

2.2.4 Subtracció informal. Estratègies

Com en l'addició informal, els infants també inventen estratègies per resoldre problemes de resta. Baroody (1988), també diferencia entre procediments concrets i procediments mentals en aquests tipus de problemes.

- Procediments concrets

Per problemes amb subtrahends majors que 1, al principi els infants utilitzen models concrets que representen directament el seu concepte informal de la resta com “treure alguna cosa”, és a dir, utilitzen objectes com cubs o també poden utilitzar els dits. Aquesta estratègia s'anomena **procés extractiu** i es basa en: representar el minuend (número major), treure un número d'elements igual al subtrahend i comptar els elements restants per trobar la resposta.

- Procediments mentals

Com en les sumes, quan els infants estan preparats abandonen els procediments concrets a favor dels mentals. Un procediment mental molt usual és **comptar regressivament o retrocomptar**: primer s'expressa el minuend, es compta endarrere tantes unitats com indica el subtrahend i es dóna l'últim nombre comptat com a resposta. Per fer $5-2$: l'infant comença des de 5, diu 4 (treu una), diu 3 (treu dues)- i dóna el 3 com a resposta.

Aquest procediment té una dificultat que està relacionada amb la mida dels nombres. La mida del subtrahend és un factor clau per això, és més difícil realitzar $9-7$ que $9-2$. El minuend també influeix la dificultat ja que com més gran és aquest més difícil és comptar endarrere.

Com en la suma, els infants aprenen o descobreixen pel seu compte altres mètodes de subtracció a partir de l'autocontrol, l'inventiva i la flexibilitat. Un d'aquest mètodes i, per tant, estratègia, és la de **compte progressiva**: es parteix del subtrahend i es compta endavant fins arribar al minuend, mentre que es porta el compte dels passos que es fan. Per exemple, $8-6$: l'infant compta a partir del 6: i fa, 7 (+1) i 8 (+2). Com que ha fet dos passos, la resposta que dóna és 2.

Aquesta estratègia és més ràpida si el subtrahend és més gran ($19-17=?$) en canvi, si hi ha molta diferència entre minuend i subtrahend, és més ràpida l'estratègia de retrocomptar. ($9-2=?$)

Com ja he dit anteriorment, aquestes estratègies no s'ensenyen, s'inventen. Per tant, als infants se'ls ha d'estimular adequadament i se'ls hi ha de donar les oportunitats necessàries perquè ells mateixos descobreixin diferents estratègies per resoldre problemes de suma i resta.

Fins ara, només he parlat de les estratègies d'addició i subtracció informal de Baroody (1988) però la majoria d'estratègies que esmenta aquest són comunes amb les que esmenta Carpenter et al (1999) per a resoldre problemes de suma i resta. Les estratègies que no he esmentat fins ara i, per tant, no són comunes amb Baroody però sí que esmenta Carpenter són les següents:

Assaig i error: es tracta d'anar provant combinacions quan es resol un problema fins a trobar la correcte. (s'utilitza en problemes de canvi augment o disminució)

Aparellar: és quan es representen les dues quantitats que formen un problema col·locades de forma aparellada, amb correspondència un a un. La solució del problema es troba en els objectes que queden sense aparellar. (s'usa en problemes de comparació)

Comptar a partir d'una de les quantitats: el problema es pot resoldre comptant a partir de qualsevol de les dues quantitats que formen l'enunciat del problema. (s'utilitza en problemes de combinació).

Basant-me en els autors anteriors, crec que és interessant comparar les seves estratègies. Així doncs, Carpenter (1999) anomena el que serien els processos concrets de Baroody com a estratègies de modelització dels objectes i el que serien els processos mentals com a estratègies comptant. Encara que el nom donat sigui diferent, els dos es refereixen al mateix.

A continuació i seguint amb la comparativa, introduiré una taula on posaré la mateixa estratègia per resoldre problemes de suma i resta però amb el nom que li dóna Baroody i amb el que li dóna Carpenter:

Tipus d'estratègia	Baroody (1988)	Carpenter (1999)
Procés concret/modelització	Compte concret global (CC)	Unir-los tots (Joining All)
Procés mental/comptant	Comptar a partir del primer sumand (CTP)	Comptar a partir de la quantitat inicial (Counting on from first)
Procés mental/comptant	Comptar a partir del terme major (CTM)	Comptar a partir de la quantitat més gran (Counting on from larger)
Procés concret/modelització	Procés extractiu	Separar-los (Separating from)
Procés mental/comptant	Retrocomptar	Comptar endarrere (Counting down)

Amb aquesta taula es pot veure que encara que els dos autors defineixin una estratègia amb un nom concret, el contingut de l'estratègia i el procés amb el qual

expliquen que es resol un problema, és el mateix. Per tant, es pot veure que de les 8 estratègies definides per Baroody, 5 són comunes amb Carpenter i cada un anomena tres estratègies diferents que són les següents: **comptar-ho tot a començant pel primer sumand**, **comptar-ho tot començant pel terme major** i la de **compte progressiva** per part de Baroody i les estratègies **d'assaig i error**, **aparellar** i **comptar a partir d'una de les quantitats** de Carpenter.

Una altra diferència entre aquests dos autors és que Baroody explica quines són les estratègies de suma i resta, vinculant-les amb aquests tipus de problemes però no ho fa concretament. En canvi, Carpenter sí. Per exemple, anteriorment quan he esmentat les estratègies que no tenia en comú Carpenter, l'estratègia d'aparellar és una de les que sorgeix quan els infants fan problemes de comparació.

2.2.5 Relació de les estratègies informals amb els tipus de problemes

Un cop definit què és un problema i què vol dir resoldre'l, s'han classificat els diferents tipus de problemes i s'han vist les estratègies informals amb les quals es poden resoldre aquests problemes, és el moment de relacionar aquestes estratègies amb els problemes.

Així doncs, em baso en la relació que fa Carpenter et al (1999) de les estratègies més comuns que s'utilitzen per resoldre problemes de suma i resta tenint en compte l'acció o relació que es plantegi en cada problema. Però, la relació d'aquestes estratègies amb els problemes està plantejada amb els problemes de canvi (augment i disminució), de combinació i de comparació (més que) que són els problemes que he definit anteriorment per part de Carpenter. Pels problemes de comparació (menys que) i d'igualació, com que Carpenter no els utilitza en la seva classificació, tampoc es coneix quina és l'estratègia comuna. A continuació, adjunto la taula:

Tipus de problema	Descripció de l'estratègia	
	Modelització amb objectes	Comptant
Canvi (augment) (Resultat desconegut $5+8=?$)	<i>Unir-los tots</i> Es construeix un conjunt de 5 i un altre de 8. S'ajunten i es compten tots els elements.	<i>Comptar a partir de la quantitat inicial</i> Es parteix de 5 i es compta cap endavant 8 més: 6,7,8,9,10,11,1,2,13. La resposta és l'últim número de la seqüència de comptatge

		<p><i>Comptar a partir de la quantitat més gran</i></p> <p>Igual que l'anterior però partint de la quantitat més gran.</p>
<p>Canvi (augment)</p> <p>(Canvi desconegut $5+?=13$)</p>	<p><i>Unir-los tots</i></p> <p>Es construeix un conjunt de 5 i es van afegint objectes fins a tenir-ne 13. La resposta s'obté comptant els objectes afegits.</p>	<p><i>Comptar a partir de</i></p> <p>Es compta començant pel 5 fins arribar a 13. La resposta és el nombre de números de la seqüència que s'ha comptat.</p>
<p>Canvi (augment) (Inici desconegut $?+8=13$)</p>	<p><i>Assaig i error</i></p> <p>Es construeix un conjunt d'objectes. S'afegeixen tres objectes al conjunt. Es compta el total. Si el total és 13, la resposta és el nombre d'objectes del conjunt inicial. Si el total no és 13, es torna a prova de construir un nou conjunt.</p>	<p><i>Assaig i error</i></p>
<p>Canvi (disminució)</p> <p>(Resultat desconegut $13-5=?$)</p>	<p><i>Separar-los</i></p> <p>Es construeix un conjunt de 15 objectes i se'n separen 5. La resposta és el nombre d'objectes que queden.</p>	<p><i>Comptar endarrere</i></p> <p>Es comença a comptar endarrere des del 13. Cal anar 5 vegades endarrere: 12,11,10,9,8. La resposta és l'últim número de la seqüència.</p>
<p>Canvi (disminució)</p> <p>(Canvi desconegut $13-?=8$)</p>	<p><i>Separar-los</i></p> <p>Es construeix un conjunt amb 13 objectes. Se'n treuen fins que el nombre d'objectes són 8. La resposta és el nombre d'objectes que s'han tret.</p>	<p><i>Comptar endarrere</i></p> <p>Es comença a comptar endarrere des del 13 fins arribar al 8. La resposta és el nombre de paraules de la seqüència de comptatge: 12,11,10,9,8.</p>
<p>Canvi (disminució)</p> <p>(inici desconegut $?-5=8$)</p>	<p><i>Assaig i error</i></p>	<p><i>Assaig i error</i></p>
<p>Combinació/Esquema parts total (total desconegut)</p>	<p><i>Unir-los tots</i></p>	<p><i>Comptar a partir d'una de les quantitats</i></p>
<p>Combinació/Esquema parts total (una part desconeguda)</p>	<p>**</p>	<p>**</p>
<p>Comparació (quantitat de referència)</p>	<p><i>Aparellar</i></p> <p>Es construeixen dos conjunts</p>	<p>**</p>

	d'objectes. Un amb 13 i l'altre amb 5. Es van aparellant els objectes dels dos conjunts. La resposta és el nombre d'objectes del conjunt més gran que queden sense aparellar.	
Comparació (quantitat comparada)	**	**
Comparació (diferència)	**	**

** Indica que no hi ha una estratègia d'ús comú corresponent a l'acció o relació descrita en el problema.

Finalment, segons Carpenter et al *"hi ha una gran variabilitat en l'edat en què els nens utilitzen diferents estratègies. A l'entrar a P5, la majoria d'infants poden resoldre alguns problemes amb enunciat verbal utilitzant estratègies de modelatge directe, fins i tot quan han tingut poca o cap instrucció formal en addició o subtracció. Alguns nens de primer de primària són capaços d'utilitzar estratègies de comptatge i, uns quants usen alguns fets numèrics o fets derivats de forma coherent"* (Carpenter et al, 1999 pàg. 26)

PROCÉS DE RECOLLIDA DE DADES: METODOLOGIA

3 METODOLOGIA

En aquest apartat, exposaré a quin paradigma de la investigació educativa pertany aquest treball de final de grau, a quina orientació metodològica, les dimensions o aspectes concrets de l'estudi, els instruments que he utilitzat i el procediment que he seguit.

3.1 Paradigma de la investigació educativa

Aquest TFG s'acull a dos paradigmes de la investigació, el positivista i el sociocrític, encara que és aquest últim el que té més importància.

El treball s'acull al paradigma positivista perquè vull comprovar que la meua intervenció, amb la proposta didàctica a l'aula, causa una evolució en les estratègies informals que utilitzen els infants per a resoldre problemes de suma i resta i que, aquestes estratègies utilitzades, són les que esmenten els autors en les seves investigacions. Per tant, també vull explicar i verificar les seves teories. Però, el paradigma sociocrític és el que té més importància perquè amb la intervenció que he planificat vull veure resultats, vull crear canvis i per tant, aplicar una millora dels factors que poden condicionar les estratègies informals perquè aquestes apareguin i/o evolucionin. La proposta didàctica està elaborada amb l'objectiu de comprovar l'abans i el després dels infants en relació a les estratègies informals que aquests utilitzen per a resoldre problemes de suma i resta.

En conseqüència, sóc un subjecte més de la investigació perquè depèn com hagi planificat la meua intervenció i les activitats a dur a terme a l'aula, hauré obtingut un resultat que em permetran identificar si hi ha hagut una millora o no.

3.2 Orientació metodològica

Com he esmentat anteriorment, aquesta recerca s'acull a dos paradigmes, per tant, també s'acull a dues orientacions metodològiques: l'empíricoanalítica i la presa de decisions i el canvi on aquesta última és la que té més importància.

Dins l'empíricoanalítica, la metodologia és quasi-experimental ja que treballo amb uns infants concrets i vull veure com, arran de la meua intervenció, hi ha hagut un abans i un després en aquests en quant la utilització d'estratègies informals per a resoldre problemes de suma i resta, és a dir, si hi ha hagut una aparició i/o evolució d'aquestes. Però, l'orientació més important és la presa de decisió i canvis i dins d'aquesta, la

metodologia d'investigació avaluativa a la qual s'acull aquesta recerca perquè vull valorar l'eficàcia o l'èxit que ha causat en els infants la meua intervenció amb la proposta didàctica corresponent i, així, comprovar si les preguntes que m'he plantejat al principi de la recerca s'han pogut resoldre i, per tant, si he aconseguit els objectius proposats.

3.3 Dimensions o aspectes concrets de l'estudi

Les dimensions que analitzaré són les estratègies informals i els factors que condicionen l'aparició d'aquestes estratègies. Aquestes dimensions les analitzaré tant en la primera prova com en la segona.

Per analitzar les estratègies informals he de saber quins tipus d'estratègies hi ha (indicadors) i escollir els tipus de problemes de suma i resta amb els quals podré obtenir les diferents estratègies (ítems)

Ex:

DIMENSIÓ	INDICADOR	ÍTEM
Estratègies informals	Aparellar	Problema de comparació, l'infant ha fet... (la prova em dóna el resultat)

Per analitzar els factors, he escollit els que són més determinants per l'aparició i/o evolució de les estratègies informals: identificació de numerals, la seqüència de nombres i la identificació de quantitats (indicadors) i l'anàlisi de la prova és la que em dóna el resultat per observar el coneixement per part dels infants d'aquests indicadors.

Ex:

DIMENSIÓ	INDICADOR	ÍTEM
Factors condicionants	Identificació de numerals	Dificultats en identificar números entre l'1 i el 5 i també en confondre (resultats prova)

Les dimensions de les quals he parlat anteriorment, es veuen molt clares a les taules on he buidat els resultats (en diré taules de buidat, vegeu annex 4 i 6) de cada infant pel què fa la prova 1 com de la prova 2. Però, per poder agrupar aquests resultats amb més concreció i en diferents categories, he realitzat un altre tipus de taula (en diré taules de resultats) per cada factor que pot condicionar l'aparició de les estratègies informals així com també, pels resultats de les estratègies que han aparegut. D'aquesta manera, en aquestes taules de resultats, he agrupat en categories els resultats generals obtinguts de tots els infants.

3.4 Instruments

Per dur a terme aquesta recerca, utilitzaré les següents tècniques de recollida de dades:

-Una prova (Veure annex 1): és de tipus personal (individual) però de forma oral i estructurada.

Està dividida en dues parts. La primera part està formada per activitats en les quals vull veure la comprensió dels infants pel què fa la identificació de numerals, la identificació de quantitats i la sèrie numèrica que són elements que formen part de les tècniques de comptatge i del que és necessari per desenvolupar el sentit numèric, tal i com s'ha vist al marc teòric. Per realitzar el contingut d'aquesta primera part de la prova, m'he basat en la llicència d'estudis de la Carme Barba (2004/2005)

La segona part, està formada 8 tipus de problemes. Dos de gairebé tots els tipus de problemes que he explicat al marc teòric: dos de canvi (augment), dos de canvi (disminució), dos combinació i dos de comparació (més que). La diferència entre els dos problemes de cada tipus és que, en un, les quantitats esmentades a l'enunciat són més petites i, en l'altre, són més grans. I, els problemes que he escollit de cada tipus són els de resultat desconegut perquè, com he explicat al marc teòric, són més senzills que els altres.

Així doncs, en aquesta prova s'inclouen les dues dimensions: estratègies informals i els factors que condicionen l'aparició d'aquestes.

-L'observació, mentre he fet la prova amb els infants, he observat quin és el procés que han seguit per respondre les preguntes que els hi he plantejat i he anat anotant com ho han fet.

3.5 Procediment

En la introducció, quan he esmentat quin era el procés que he seguit per fer el treball, he descrit els passos que he seguit per realitzar l'aplicació pràctica del treball de final de grau durant les pràctiques III a l'escola Quatre Vents de Manlleu. En aquest apartat, descriuré aquests passos més detalladament, explicaré quin són els criteris que vaig utilitzar per seleccionar la mostra, la intervenció que vaig fer i com vaig realitzar la prova.

- Procés seguit per fer el treball

Pas 1: Passar la primera prova de coneixements previs, analitzar-la i decidir la intervenció pràctica

Aquesta prova l'he realitzat al novembre del 2012 amb deu infants de 4 anys amb l'objectiu d'observar els coneixements previs que tenen sobre numeració i càlcul. A més a més, l'he passat perquè els infants abans d'utilitzar les diferents estratègies informals, han de desenvolupar el sentit numèric i les habilitats en l'ús de tècniques de comptar. Per aquest motiu, he realitzat aquesta prova perquè un cop l'he analitzat i he vist els resultats, he pogut decidir la intervenció que he fet a les pràctiques III per millorar els tres aspectes que he esmentat anteriorment i així aconseguir que, quan torni a passar la prova a l'abril, els infants tinguin les habilitats necessàries per desenvolupar estratègies informals i, així, poder comprovar si la meva intervenció ha provocat una evolució i una millora en les estratègies informals.

Pas 2: Realitzar de la intervenció pràctica

Durant els mesos de gener, febrer i març he realitzat la intervenció pràctica a la mateixa aula dels infants als quals he passat la prova on he fet diferents activitats per millorar l'aprenentatge de les tècniques de comptar i el desenvolupament del sentit numèric.

Pas 3: Passar la segona prova i analitzar-la

Un cop acabada la intervenció pràctica, a l'abril he tornat a passar la mateixa prova que vaig passar al novembre amb els mateixos infants i l'he tornat a analitzar.

Pas 4: Relacionar els resultats de les dues proves i comprovar l'eficàcia de la intervenció pràctica

- Intervenció pràctica

En la intervenció pràctica que vaig fer a l'aula de P4 de l'escola Quatre Vents durant dos mesos, diàriament, vaig realitzar diferents activitats matemàtiques amb l'objectiu de desenvolupar les tècniques de comptatge, el sentit numèric i practicar la resolució de diferents tipus de problemes. Totes aquestes activitats que vaig planificar, eren activitats amb les quals vaig utilitzar material. Així doncs, vaig fer activitats amb la sèrie numèrica, activitats amb el Rekenrek, activitats amb cartes de punts i daus i resolució de problemes, encara que aquesta última la vaig realitzar amb menor grau. Totes les activitats estaven enfocades amb l'intenció de millorar els aspectes amb els quals els infants havien tingut dificultats quan vaig passar la primera prova al novembre.

- Criteri de selecció de mostra

La prova que he passat al novembre i a l'abril, l'he realitzat amb deu infants, cinc nens i cinc nenes, amb diferents nivells de desenvolupament del mateix grup de classe on he fet la meva intervenció pràctica. Així doncs, dels 10 infants escollits, 4 tenen un nivell alt, 3 tenen un nivell mitjà i 3 tenen un nivell baix.

La meva decisió, presa ja des del novembre, va ser aquesta perquè no tots els infants tenen el mateix nivell i, per aquest motiu, he volgut veure com resolen la prova cada un d'ells i les estratègies que fan. A més a més, la intervenció pràctica l'he realitzat amb tots els infants de manera que dintre d'un mateix grup classe no tots tenen el mateix nivell de desenvolupament. Per tant, el tipus de mostreig és totalment intencionat perquè he escollit personalment quins eren els infants als quals volia passar la prova (juntament amb la tutora de l'aula que em va dir quin nivell de desenvolupament tenien els infants escollits).

- Realització de la prova

Com ja he comentat, he realitzat dues proves, una al novembre, per saber el nivell dels infants i que per tant, la vaig analitzar abans de la intervenció pràctica per poder decidir què faria i, una altra a l'abril, sempre amb els mateixos infants, utilitzant el mateix material i el mateix contingut a la prova. Aquesta prova de l'abril l'he analitzat un cop acabades les pràctiques.

Per fer la prova al novembre, vaig agafar a cada infant individualment i li anava fent les preguntes de la prova utilitzant el temps necessari. A més a més, vaig dir a cada l'infant que estigués tranquil, que respongués el que sàpigues i que no passava res si

no sabia algunes coses, que ja les aprendríem. També, els hi vaig dir que si volien, podien utilitzar el material que tenia preparat per la resolució de problemes. Per la segona prova, els infants ja sabien de què anava i no els vaig haver d'explicar el funcionament perquè recordaven com ho havíem fet anteriorment.

Finalment, l'anàlisi d'aquestes dues proves m'ha donat les dades i els resultats necessaris per poder extreure conclusions i comprovar si he complert els objectius plantejats en el treball.

PROCÉS D'ANÀLISI DE LES DADES OBTINGUDES

4 ANÀLISI DE DADES

A continuació, mostraré els resultats de la prova 1, realitzada al novembre, i de la prova 2, administrada a l'abril. Però, abans de tot, explicaré com he decidit analitzar aquestes proves.

Així doncs, per analitzar les dades extretes de cada prova, he realitzat unes taules en les quals he buidat els resultats de cada infant, tant del novembre com de l'abril i que he anomenat taules de buidat (Veure annex 4 i 6). He de dir que, quan vaig passar la prova a cada infant, aquesta ja l'havia organitzat en format graella, (Veure annex 2, 3 i 5) diferent a la utilitzada a l'anàlisi, per poder apuntar els resultats corresponents i així em fos més fàcil alhora de buidar els resultats.

La visualització d'aquestes taules de buidat m'ha permès poder analitzar les dades quantitativament i qualitativament. Qualitativament, perquè he analitzat quins tipus d'estratègies han realitzat els infants en cada tipus de problemes així com també, he analitzat si els infants han millorat pel què fa els factors que poden condicionar l'aparició d'aquestes estratègies comparant els resultats de les dues proves i agrupant-los en diferents categories. I, quantitativament, perquè dels deu infants amb els quals he passat la prova, he determinat quants han fet una estratègia i quants una altra i, així successivament. A més a més, també quantificaré quants infants han tingut dificultats amb uns factors condicionants o amb uns altres. Per exemple, dintre de la identificació de quantitats, hi ha 8 infants que identifiquen les quantitats de l'1 al 3 però del 4 al 6 no.

4.1 Resultats prova 1. Novembre 2012

Com ja he explicat anteriorment, he buidat els resultats de les proves en les taules de buidat on aquests es veuen molt explícits i, a continuació, presentaré les taules de resultats en les quals he agrupat els resultats de la prova del novembre i de l'abril. Les taules del novembre s'anomenaran Taules N1, N2 i, així successivament i les de l'abril, Taules A1, A2, etc.

Vull esmentar que, tant en els resultats de la prova 1 com en els resultats de la prova 2, les taules que utilitzo per mostrar els resultats són les mateixes. Per exemple, per analitzar la identificació de numerals, he utilitzat una taula de resultats a la prova 1 però també utilitzaré la mateixa taula a la prova 2. He decidit fer servir les mateixes taules perquè, a part de que cada taula em permetrà analitzar cada part de la prova

per separat, en el moment de la comparació dels resultats entre el novembre i l'abril, el fet de tenir la mateixa manera d'obtenir els resultats em permetrà visualitzar amb més claredat els canvis entre els resultats de les dues proves.

PRIMERA PART

Identificació de numerals

En la taula següent mostro els resultats obtinguts pel què fa la identificació de numerals per part dels 10 infants als quals els hi vaig passar la prova al novembre. Aquests resultats estan agrupats en diferents categories i són les següents:

-Categoria 1: conté els infants que identifiquen tots els numerals del 0 al 10 i més grans que 10.

-Categoria 2: conté els infants que identifiquen el numerals del 0 al 10 però més grans que 10, no.

-Categoria 3: conté als infants que no identifiquen els numerals del 0 al 10 però els més grans que 10, sí.

-Categoria 4: conté als infants que no identifiquen ni els numerals del 0 al 10 ni els més grans que 10.

Identificació de numerals				
	Del 0 al 10	Més de 10	Número infants	Infants
Categoria 1	Si	Si	0	
Categoria 2	Si	No	0	
Categoria 3	No	Si	0	
Categoria 4	No	No	10	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, En, Il, Fa, Ad

Taula N1. Resultats identificació de numerals

Com es pot observar a la taula, cap dels deu infants identifica els numerals: ni del 0 al 10 ni més grans que 10. Seria estrany que algun infant, per exemple, no identifiqués cap numeral entre 0 i 10 però més gran que 10, sí.

Tot i que he decidit agrupar els números que identifiquen entre el 0 i el 10 i més de 10, i no hi ha cap infant que els identifiqui, sí que he de remarcar que hi ha 5 infants que coneixen els nombres del 0 al 5.

Seqüència de nombres

Per analitzar els resultats de la seqüència de nombres, he utilitzat una taula diferent a la identificació de numerals i que m'ha semblat més adequada per mostrar els resultats. Aquesta taula també està formada per diferents categories que són les següents:

-Categoria 1: conté els infants que, quan compten començant per l'1, arriben a un número entre l'1 i el 10.

-Categoria 2: conté als infants que, quan compten començant per l'1, arriben a un número entre el 10 i el 20.

-Categoria 3: conté als infants que, quan compten començant per l'1, arriben a un número entre el 20 i el 30.

-Categoria 4: conté als infants que, quan compten començant per l'1, arriben a un número més gran que 30.

En aquesta taula també s'explicita si els infants segueixen l'ordre i les paraules correcte quan diuen la sèrie numèrica oral i si han fet salts en la seqüència.

Seqüència de nombres				
	Número al qual arriben els infants comptant des d'1	Ordre i paraules correctes	Salts en la seqüència	Infants
Categoria 1: entre 1 i 10	1	Si	No	Ad
Categoria 2: entre 10 i 20	5	Si	Si, l'III	Bi, Ar, Ain, Er, Il
Categoria 3: Entre 20 i 30	3	Si	No	Ai, En, Fa
Categoria 4: Més de 30	1	Si	Si	Ari

Taula N2. Resultats seqüència de nombres

Com mostra la taula, la meitat dels infants arriben a un número entre el 10 i el 20 quan compten oralment. Un infant arriba a un número entre l'1 i el 10, i un altre a un número més gran que 30. Els altres tres infants que queden, compten fins a un número entre el 10 i el 20.

Tots els infants diuen les paraules de la sèrie correctament i segueixen l'ordre d'aquests dins la seqüència i, també, la gran majoria no fa salts en la seqüència però hi ha tres infants que sí. Dos d'ells es troben a la segona categoria, i el tercer, a la quarta.

Identificació de quantitats¹

Seguidament, presento dues graelles que mostren els resultats de la identificació de quantitats de forma convencional i de diferent forma dels números de l'1 al 6. Aquests resultats, estan agrupats en diferents categories que són les mateixes per les dues graelles i són les següents:

-Categoria 1: conté els infants que identifiquen les quantitats de l'1 al 3 i del 4 al 6.

-Categoria 2: conté els infants que identifiquen les quantitats de l'1 al 3 però que no identifiquen les del 4 al 6.

-Categoria 3: conté els infants que no identifiquen les quantitats de l'1 al 3 però si les del 4 al 6.

-Categoria 4: conté els infants que no identifiquen ni les quantitats de l'1 al 3 ni les del 4 al 6.

Identificació de quantitats de forma convencional

Identificació de quantitats de forma convencional				
	De l'1 al 3	Del 4 al 6	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	0	
Categoria 2	Sí	No	8	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, Il, Ad
Categoria 3	No	Sí	0	

Categoria 4	No	No	2	En, Fa
--------------------	----	----	---	--------

Taula N3. Resultats identificació de quantitats de forma convencional

Com es pot veure a la taula, la majoria d'infants identifiquen les quantitats de l'1 al 3 de forma convencional però les del 4 al 6, no. En canvi, només hi ha dos infants que no identifiquen cap de les quantitats, ni de l'1 al 3 ni del 4 al 6.

No hi ha cap infant que identifiqui totes les quantitats i tampoc hi ha cap infant que identifiqui les del 4 al 6 i les de l'1 al 3, no. Seria molt estrany que un infant identifiqués les quantitats del 4 al 6 però les de l'1 al 3 no ja que, aquests, són les que es treballen més des de que són petits i, per tant, haurien de conèixer més que les del 4 al 6.

Identificació de quantitats de diferent forma

Identificació de quantitats de diferent forma				
	De l'1 al 3	Del 4 al 6	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	0	
Categoria 2	Sí	No	7	Ari, Ar, Ai, Ain, En, Il, Ad
Categoria 3	No	Sí	0	
Categoria 4	No	No	3	Bi, Er, Fa

Taula N4. Resultats identificació de quantitats de diferent forma

Com es pot veure a la taula, la majoria d'infants identifiquen les quantitats de l'1 al 3 de diferent forma però del 4 al 6, no. En canvi, hi ha 3 infants que no identifiquen ni les quantitats de l'1 al 3 ni les del 4 al 6.

No hi cap infant que identifiqui totes les quantitats i tampoc no hi ha cap infant que identifiqui les del 4 al 6 però les de l'1 al 3 no. Com en l'anterior taula, seria molt estrany que hi hagués un infant en aquesta categoria.

Comparant aquestes dues taules, hi ha un infant, la Fa, que tant en la taula 1 com en la 2, no identifica les quantitats ni de l'1 al 3 ni del 4 al 6. En canvi, l'En, identifica les quantitats de l'1 al 3 de diferent forma però de forma convencional no i, en Bi i l'Er identifiquen les quantitats de forma convencional de l'1 al 3 però de diferent forma no.

Aquests tres infants: l'En, en Bi i l'Er, la quantitat que no identifiquen, tant de forma convencional com de diferent forma és la del número 3.

El fet que no identifiquin aquesta quantitat pot ser degut a diferents causes: que no tinguessin temps de retenir la quantitat quan els hi vaig mostrar la carta, que tampoc la poguessin identificar a cop d'ull, que la manera amb la qual estava representada no fos prou clara per ells per tal d'identificar-la, que potser jo ensenyés la carta massa ràpid, que estiguessin despistats, etc.

Identificació de quantitats2

Seguidament, presento dues graelles que mostren els resultats de la identificació de quantitats de forma convencional i de diferent forma dels números del 6 al 10. Aquests resultats, estan agrupats en diferents categories que són les mateixes per les dues graelles i són les següents:

-Categoria 1: conté els infants que identifiquen les quantitats del 6 al 7 i del 8 al 10.

-Categoria 2: conté els infants que identifiquen les quantitats del 6 al 7 però del 8 al 10, no.

-Categoria 3: conté els infants que no identifiquen les quantitats del 6 al 7 però del 8 al 10, sí.

-Categoria 4: conté els infants que no identifiquen ni les quantitats del 6 al 7 ni del 8 al 10.

Identificació de quantitats de forma convencional

Identificació de quantitats de forma convencional				
	De l'6 al 7	Del 8 al 10	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	0	
Categoria 2	Sí	No	0	
Categoria 3	No	Sí	0	
Categoria 4	No	No	10	Ari, Bi, Ar, Ai,

				Ain, Er, Er, Il, Fa, Ad
--	--	--	--	----------------------------

Taula N5. Resultats identificació de quantitats de forma convencional (2)

Com mostra la taula, cap dels deu infants identifica les quantitats de forma convencional del 6 al 10.

Identificació de quantitats de diferent forma

Identificació de quantitats de diferent forma				
	De l'6 al 7	Del 8 al 9	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	0	
Categoria 2	Sí	No	0	
Categoria 3	No	Sí	0	
Categoria 4	No	No	10	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, En, Er, Il, Fa, Ad

Taula N6. Resultats identificació de quantitats de diferent forma (2)

Com es pot observar a la taula, no hi ha cap infant que identifiqui les quantitats del 6 al 7 i del 8 al 9 de diferent forma.

Si comparo els resultats d'aquestes dues taula, no hi ha cap infant que identifiqui les quantitats del 6 al 10 tant de forma convencional com de diferent forma.

SEGONA PART

Pel què fa l'anàlisi dels resultats de la resolució de problemes per part dels infants, a continuació presento 3 taules, una per cada tipus de problemes, que seran les mateixes que utilitzaré per la resolució de problemes de l'abril. Aquestes taules mostren si els infants han utilitzat estratègies informals o no i, si és que sí, quines són. A més a més, també mostren quants infants han fet servir estratègies i quants no.

Són tres taules perquè un tipus de problemes, els de comparació, he decidit no analitzar-los perquè cap infant dels 10, ni al novembre ni a l'abril, els va entendre ja que són els més complicats.

Abans de començar, vull dir que en les taules de buidat vaig analitzar més aspectes pel què fa la resolució de problemes. Per exemple, si havien tingut errors en el procés de resolució o si el resultat del problema era correcte o incorrecte. Com que aquest treball és sobre la identificació d'estratègies informals per a resoldre problemes de suma i resta, he decidit no analitzar aquests aspectes tot i que podrien ser analitzats amb més profunditat en el cas que, en un futur, volgués ampliar aquest treball o realitzar-ne un altre amb les dades que ja tinc.

Resolució de problemes

Problemes de canvi (augment)

	FAN ESTRATÈGIA	TIPUS D'ESTRATÈGIA	Nº D'INFANTS QUE SÍ EN FAN/QUE NO	INFANTS
Problema 1: Números petits	SÍ	Mentalment	5	Ari, Ar, Ai, Ain, En
		Utilitzen dits	1	Er
		Compte Concret Global (CC)	1	Bi
	NO		3	Il, Fa, Ad
Problema 2: Números grans	SÍ	Mentalment	2	Ari, Ai
		Utilitzen dits	0	
		Compte Concret Global (CC)	2	Bi, Ain
	NO		6	Ar, Er, En, Il, Fa, Ad

Taula N7. Resultats resolució de problemes: canvi (augment)

Com mostra aquesta taula, pel què fa el problema amb números petits, més de la meitat dels infants han utilitzat alguna estratègia. Concretament, 5 han fet el problema mentalment, un infant ha utilitzat els dits i, un altre, ha realitzat la estratègia del compte concret global. 3 dels 10 infants, no han fet servir cap estratègia.

Pel què fa el problema amb números grans, la majoria d'infants no ha utilitzat cap estratègia. Els que sí que n'han utilitzat alguna, han estat dos infants que l'han fet mentalment i dos que han fet l'estratègia del CC.

Comprant els dos problemes, es pot veure que els infants han utilitzat més estratègies per resoldre'l amb números petits que amb números grans. Per això, puc dir que han tingut més dificultats en el problema amb números més grans.

Per una banda, en Bi, ha estat l'únic que ha utilitzat la mateixa estratègia per resoldre els dos problemes i infants com l'Ar, l'Er i l'En, que havien utilitzat una estratègia pel problema amb números petits, pel problema amb números grans no n'han utilitzat cap. D'altra banda, l'Il, la Fa i l'Ad no han utilitzat cap estratègia ni pel primer problema ni pel segon, l'Ai i l'Ari resolen els dos problemes mentalment i l'Ain resol el primer problema mentalment i el segon amb l'estratègia CC.

Problemes de canvi (disminució)

	FAN ESTRATÈGIA	TIPUS D'ESTRATÈGIA	Nº D'INFANTS QUE SÍ EN FAN/QUE NO	INFANTS
Problema 1: Números petits	SÍ	Mentalment	2	Bi, Fa
		Utilitzen dits	1	Er
		Procés extractiu	3	Ar, Ai, Ain
	NO		4	Ari, En, Il, Ad
Problema 2: Números grans	SÍ	Mentalment	0	
		Utilitzen dits	1	Er
		Procés extractiu	4	Bi, Ar, Ai, Ain

	NO		5	Ari, En, Il, Fa, Ad
--	-----------	--	---	------------------------

Taula N8. Resultats resolució de problemes: canvi (disminució)

Com es pot observar a la taula, pel què fa el problema amb números petits, gairebé la meitat no fa cap estratègia i la resta, sí. Dels infants que fan alguna estratègia, 3 utilitzen l'estratègia del procés extractiu, un utilitza els dits i 2 ho fan mentalment.

Pel què fa el problema amb números grans, la meitat no ha utilitzat cap estratègia. L'altre meitat que sí que ha fet estratègies està formada per 4 infants que han utilitzat el procés extractiu i un que l'ha fet amb els dits.

Comparant els dos problemes, es pot veure que tant amb números petits com en números grans, la meitat dels infants han utilitzat estratègies i l'altre meitat, no. Per això, puc dir que han tingut les mateixes dificultats amb els dos problemes, encara que un era amb números grans i l'altre amb números petits.

Per una banda, l'Ar, l'Ai, i l'Ain han utilitzat l'estratègia del procés extractiu per resoldre els dos problemes i en Bi només l'ha utilitzat en el segon problema perquè el primer l'ha resolt mentalment. D'altra banda, l'Ari, l'En, l'Il i l'Ad no han utilitzat cap estratègia per resoldre els dos problemes. Finalment, l'Er ha utilitzat els dits i la Fa ha resolt el primer problema mentalment però en el segon no ha fet servir cap estratègia.

Problemes de combinació

	FAN ESTRATÈGIA	TIPUS D'ESTRATÈGIA	Nº D'INFANTS QUE SÍ EN FAN/QUE NO	INFANTS
Problema 1: Números petits	SI	Mentalment	2	Bi, Il
		Utilitzen dits	0	
		Compte Concret Global (CC)	3	Ar, Ai, Ain
	NO		5	Ari, Er, En, Fa, Ad

Problema 2: Números grans	SI	Mentalment	1	Ari
		Utilitzen dits		
		Compte Concret Global (CC)	4	Ar, Ai, Ain, Er
	NO		5	Bi, En, Il, Fa, Ad

Taula N9. Resultats resolució de problemes: Combinació

Com mostra la taula, pel què fa el problema amb números petits, la meitat l'ha resolt utilitzant estratègies: dos infants l'han fet mentalment i 3 han utilitzat l'estratègia del CC i, l'altra meitat, no ha utilitzat cap estratègia per resoldre el problema.

Pel què fa el problema amb números grans, la meitat no ha utilitzat cap estratègia i l'altre meitat, sí. 4 dels 5 infants que han utilitzat alguna estratègia han fet la de CC i un ha resolt el problema mentalment.

Comparant els dos problemes, es pot veure que tant amb números petits com amb números grans, la meitat dels infants han utilitzat alguna estratègia i l'altre meitat, no. Així doncs, els infants han tingut les mateixes dificultats per resoldre els dos problemes.

Per una banda, l'Ar, l'Ai i l'Ain han utilitzat l'estratègia del CC per resoldre els dos problemes i només l'Er l'ha utilitzat en el segon problema perquè en el primer no ha fet servir cap estratègia. D'altra banda, l'En, Fa i Ad no han utilitzat cap estratègia per resoldre els dos problemes. Finalment, en Bi i l'Il que han resolt el primer problema mentalment, en el segon no han fet cap estratègia i l'Ari, ha fet el segon problema mentalment però en el primer no ha utilitzat cap estratègia.

4.2 Resultats prova 2. Abril 2013

Com ja he esmentat abans de començar a mostrar els resultats de la prova del novembre, les taules utilitzades per mostrar els resultats de la prova d'abril són les mateixes taules de resultats que les del novembre.

PRIMERA PART**Identificació de numerals**

Identificació de numerals				
	Del 0 al 10	Més de 10	Número infants	Infants
Categoria 1	Si	Si	0	
Categoria 2	Si	No	7	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, En, Il
Categoria 3	No	Si	0	
Categoria 4	No	No	3	Er, Fa, Ad

Taula A1. Resultats identificació de numerals

Com es pot observar a la taula, per una banda, més de la meitat dels infants identifiquen els numerals del 0 al 10, però els numerals més grans que 10, no. D'altra banda, 3 infants no identifiquen cap dels numerals, ni de 0 a 10 ni més grans que 10.

Vull destacar que, encara que he posat que els infants de la categoria 1 no identifiquen els numerals més grans que 10, sí que hi ha una nena, l'Ari, que els identifica tots menys un i, una altra nena, l'Ain, que els identifica tots menys dos.

Seqüència de nombres

Seqüència de nombres				
	Número al qual arriben els infants comptant des d'1	Ordre i paraules correctes	Salts en la seqüència	Infants
Categoria 1: entre 1 i 10	0	--	--	--
Categoria 2: entre 10 i 20	1	Si	No	Ad
Categoria 3: Entre 20 i 30	5	Si	Si, Il i Er	Ain, Er, En, Il, Fa
Categoria 4: Més de 30	4	Si	No	Ari, Bi, Ar, Ai

Taula A2. Resultats seqüència de nombres

Com es pot observar a la taula, la meitat dels infants arriben a un número entre el 20 i el 30 quan comencen a comptar des d'1 i, gairebé l'altre meitat dels infants, arriben a

un número més gran que 30. Només hi ha un infant que arribi a un número entre 10 i 20 i no n'hi ha cap que arribi a un número entre l'1 i el 10 només quan compta.

M'agradaria explicar que, dels 4 infants que formen part de la categoria 4, dos arriben fins al 49 i continuen fins a 100 però van saltant desenes, un altre arriba fins al 39 i també continua fins a 100 saltant desenes i, finalment, hi ha una nena que compta fins a 130 començant per 1 i només es deixa la desena del 70.

Tots els infants diuen les paraules de la sèrie numèrica correctament i amb ordre i, també, la gran majoria no fa salts en la seqüència a excepció de dos infants que formen part de la tercera categoria.

Identificació de quantitats1

Identificació de quantitats de forma convencional

Identificació de quantitats de forma convencional				
	De l'1 al 3	Del 4 al 6	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	8	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, En, Il
Categoria 2	Sí	No	2	Fa, Ad
Categoria 3	No	Sí	0	
Categoria 4	No	No	0	

Taula A3. Resultats identificació de quantitats de forma convencional

Com es pot veure a la taula, la majoria d'infants identifiquen les quantitats tant de l'1 al 3 com del 4 al 6 i, només dos infants identifiquen les quantitats de l'1 al 3 però del 4 al 6, no.

No hi ha cap infant que no identifiqui cap quantitat i tampoc hi ha cap infant que no identifiqui les quantitats de l'1 al 3 però del 4 al 6, sí.

Identificació de quantitats de diferent forma

Identificació de quantitats de diferent forma				
	De l'1 al 3	Del 4 al 6	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	2	Ari, Ain
Categoria 2	Sí	No	8	Bi, Ar, Ai, Er, En, Il, Fa, Ad
Categoria 3	No	Sí	0	
Categoria 4	No	No	0	

Taula A4. Resultats identificació de quantitats de diferent forma

Com es pot observar a la taula, hi ha dos infants que identifiquen totes les quantitats de l'1 al 6. La resta d'infants, formen el grup majoritari que identifica les quantitats de l'1 al 3 però del 4 al 6, no.

Comparant aquestes dues taules, hi ha dos infants que identifiquen totes les quantitats de l'1 al 6 tant de forma convencional com de diferent forma que són l'Ari i l'Ain, De la resta d'infant, en Bi, l'Ar, l'Ai, l'Er, l'En i l'Il, identifiquen totes les quantitats de l'1 al 6 de forma convencional i les quantitats de l'1 al 3 de diferent forma però del 4 al 6, no. Finalment, la Fa i l'Ad identifiquen les quantitats de l'1 al 3 tant de forma convencional com de diferent forma però les quantitats del 4 al 6 no les identifiquen de cap de les dues maneres.

Com a fet a destacar, la majoria dels infants no identifiquen les quantitats del 4 al 6, sobretot quan són en la forma diferent. Això pot ser degut a la manera com estan representades aquestes quantitats a les carte ja que als infants els hi costa retenir visualment la quantitat per després comptar-la mentalment o saber a cop d'ull quants punts hi ha perquè no estan acostumats a veure aquestes quantitats representades d'una manera diferent a com les veuen en un dau, per exemple. De fet, la manera com estan representades les quantitats de l'1 al 6 de forma convencional és la del dau i, com que a les pràctiques he treballat amb daus, penso que és aquest treball el que ha fet que els infants reconeguin aquestes quantitats correctament.

Identificació de quantitats2Identificació de quantitats de forma convencional

Identificació de quantitats de forma convencional				
	De l'6 al 7	Del 8 al 10	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	1	Bi
Categoria 2	Sí	No	4	Ari, Ar, Ai, Il
Categoria 3	No	Sí	0	
Categoria 4	No	No	5	Ain, Er, En, Fa, Ad

Taula A5. Resultats identificació de quantitats de forma convencional

Com es pot veure a la taula, només hi ha un infant que identifica totes les quantitats del 6 al 10 de forma convencional. Hi ha 4 infants que identifiquen les quantitats del 6 al 7 però del 8 al 10 no i, en canvi, la meitat dels infants no identifica cap quantitat del 6 al 10.

Identificació de quantitats de diferent forma

Identificació de quantitats de diferent forma				
	De l'6 al 7	Del 8 al 9	Número d'infants	Infants
Categoria 1	Sí	Sí	4	Ari, Bi, Ar, Il
Categoria 2	Sí	No	2	Ai, Fa
Categoria 3	No	Sí	0	
Categoria 4	No	No	4	Ain, Er, En, Ad

Taula A6. Resultats identificació de quantitats de diferent forma

Com mostra la taula, gairebé la meitat dels infants identifiquen les quantitats del 6 al 10 i l'altre meitat, no. Només hi ha dos infants que identifiquen les quantitats del 6 al 7 però les del 8 al 9, no.

Comparant els resultats amb la identificació de quantitats de forma convencional, els infants Ari, Ar i Il que no han identificat les quantitats del 8 al 10 d'aquesta forma, de diferent forma sí que han identificat les quantitats del 8 al 9. En Bi, és l'únic infant que ha identificat totes les quantitats tant de forma convencional com de diferent forma.

L'Ai, identifica les quantitat del 6 al 7 de les dues formes però del 8 al 10, no. En canvi, l'Ain, l'Er, l'En i l'Ad no identifiquen cap quantitat ni de forma convencional ni de diferent forma. Finalment, la Fa no identifica cap quantitat de forma convencional però de diferent forma identifica les quantitats del 6 al 7.

Penso que els infants, a partir del 6 identifiquen les quantitats més de diferent forma per la manera amb la qual estan representades aquestes ja que els números per separat que les formen són més petits que els números per separat que formen les cartes amb forma convencional i, per tant, són més fàcil de retenir visualment per després comptar els punts mentalment o identificar-los a cop d'ull. És a dir, les cartes de forma convencional estan formades per 5+1 la del 6, 5+2, la del 7 i, així, successivament. En canvi, les cartes de forma diferent estan formades per 3+3 la del 6, 4+3 la del 7, 4+4, la del 8, etc.

SEGONA PART

Resolució de problemes

Problemes de canvi (augment)

	FAN ESTRATÈGIA	TIPUS D'ESTRATÈGIA	Nº D'INFANTS QUE SÍ EN FAN/QUE NO	INFANTS
Problema 1: Números petits	SI	Mentalment	3	Ari, Ar, Ain
		Utilitzen dits	0	
		Compte Concret Global (CC)	7	Bi, Ai, Er, En, Il, Fa, Ad

	NO		0	
Problema 2: Números grans	SÍ	Mentalment		
		Utilitzen dits	0	
		Compte Concret Global (CC)	9	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, En, Il, Ad
	NO		1	Fa

Taula A7. Resultats resolució de problemes: canvi (augment)

Com es pot observar a la taula, per resoldre el problema amb números petits, tots han utilitzat alguna estratègia. Concretament, 3 infants l'han fet mentalment i 7 han utilitzat l'estratègia del CC.

Per resoldre el problema amb números grans, tots els infants menys un que no ha utilitzat cap estratègia, han fet servir l'estratègia del CC. Així doncs, tots els infants, a excepció d'un, no han tingut dificultats per resoldre els dos problemes.

Per una banda, en Bi, l'Ai, l'Er, l'En, l'Il i l'Ad han utilitzat l'estratègia del CC per resoldre els dos tipus de problema. D'altra banda, l'Ari, l'Ar i l'Ain, han resolt el primer problema mentalment però en el segon han utilitzat la del CC i, la Fa ha resolt el primer problema utilitzant aquesta estratègia però en el segon problema no n'ha fet servir cap.

Problemes de canvi (disminució)

	FAN ESTRATÈGIA	TIPUS D'ESTRATÈGIA	Nº D'INFANTS QUE SÍ EN FAN/QUE NO	INFANTS
Problema 1: Números petits	SÍ	Mentalment	0	
		Utilitzen dits	0	
		Procés extractiu	10	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, En, Il, Fa, Ad
	NO		0	

Problema 2: Números grans	SI	Mentalment	0	
		Utilitzen dits	0	
		Procés extractiu	9	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, En, Il, Ad
	NO		1	Fa

Taula A8. Resultats resolució de problemes: canvi (disminució)

Com mostra la taula anterior, tots els infants han utilitzat l'estratègia del procés extractiu per resoldre els dos problemes, tant amb números petits com en números grans. Només hi ha un infant, la Fa, que ha resolt el primer problema amb aquesta estratègia però en el segon problema no n'ha fet cap.

Veient aquests resultats, puc dir que, a excepció de la Fa, la resta d'infants no han tingut dificultats per resoldre els problemes de canvi (disminució).

Problemes de combinació

	FAN ESTRATÈGIA	TIPUS D'ESTRATÈGIA	Nº D'INFANTS QUE SÍ EN FAN/QUE NO	INFANTS
Problema 1: Números petits	SI	Mentalment	1	Fa
		Utilitzen dits	0	
		Compte Concret Global (CC)	9	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, En, Il, Ad
	NO		0	
Problema 2: Números grans	SI	Mentalment	0	
		Utilitzen dits	0	
		Compte Concret Global (CC)	10	Ari, Bi, Ar, Ai, Ain, Er, En, Il,

				Fa, Ad
	NO		0	

Taula A9. Resultats resolució de problemes: Combinació

Com es pot observar a la taula, tots els infants, a excepció de la Fa en el problema amb números petits, ha utilitzat l'estratègia del CC per resoldre els dos tipus de problemes.

5 RELACIÓ DELS RESULTATS ENTRE LA PROVA 1 I LA PROVA 2

Un cop he analitzat els resultats de les proves 1 i 2 per separat, és el moment de comparar aquests resultats per comprovar si hi ha hagut canvis i millores pel què fa les tècniques de comptatge i les estratègies informals en la resolució de problemes de suma i resta després d'haver aplicat una proposta didàctica durant els mesos de gener, febrer i març a l'aula de P4 per millorar aquests dos aspectes.

5.1 Primera part de la prova

Identificació de numerals

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N1 i la taula A1.

Veient aquestes dues taules es pot observar com al novembre no hi havia cap infant que identifiqués els números del 0 al 10 i més grans que 10. En canvi, a l'abril, dels 10 infants ja n'hi ha 7 que identifiquen els numerals del 0 al 10 tot i que 3 infants encara els continuen sense identificar: l'Er, la Fa i l'Ad.

Tot i això, més de la meitat dels infants han millorat pel què fa la identificació de numerals entre el novembre i l'abril.

Seqüència de nombres

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N2 i A2.

Veient aquestes dues taules, es pot observar que la majoria dels infants han millorat pel què fa al número al qual arriben començant a comptar des d'1. Així doncs, l'Ad que comptava fins a un número entre l'1 i el 10 al novembre, a l'abril compta fins a un número entre el 10 i el 20.

L'Ain, l'Er i l'Il que comptaven fins a un número entre el 10 i el 20 al novembre, a l'abril arriben fins a un número entre el 20 i el 30. En canvi, l'Er i la Fa que ja comptaven fins a un número entre el 20 i el 30 al novembre, a l'abril hi continuen comptant.

En Bi i l'Ar que comptaven fins a un número entre 10 i 20 i l'Ai entre 20 i 30 al novembre, a l'abril compten fins a un número més gran que 30. En canvi, l'Ari és l'única que tant al novembre com a l'abril, compta fins a un número més gran que 30. Vull destacar que aquests infants no compten fins al 33, per exemple, sinó que compten fins al 39 o al 49 i després salten algunes desenes fins arribar al 100 o hi ha un infant que compta fins a 130 i només es salta una desena.

Observant aquests resultats, puc dir que aquests 4 infants superen les expectatives del que he esmentat al marc teòric de que els infants entre 4 i 6 anys poden arribar a comptar fins a 29 o 39.

Finalment, l'últim aspecte que vull comentar sobre la seqüència de nombres és que tots els infants diuen l'ordre i les paraules correctes quan compten oralment tant al novembre com a l'abril però que, l'Il que ja fa salts en la seqüència al novembre també en fa l'abril, com l'Er.

Identificació de quantitats 1

Identificació de quantitats de forma convencional

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N3 i A3.

Veient les dues taules es pot observar que tots els infants han millorat pel què fa la identificació de quantitats de forma convencional. Així doncs, al novembre, més de la meitat dels infants identificava les quantitats de l'1 al 3 però del 4 al 6, no i, en canvi, a l'abril són gairebé tots els infants els que identifiquen totes les quantitats de l'1 al 6. Al novembre, també hi havia dos infants que no identificava cap quantitat però a l'abril no hi ha cap infant que estigui en aquesta categoria.

L'Ari, en Bi, l'Ar, l'Ai, l'Ain, l'Er i l'Il han passat de la categoria 2 a la 1, l'En ha passat de la categoria 4 a la 1, l'Ad s'ha mantingut a la categoria 2 i la Fa ha passat de la categoria 4 a la 2.

Identificació de quantitats de diferent forma

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N4 i A4.

Veient les dues taules es pot observar que tots els infants han millorat pel què fa la identificació de quantitats de diferent forma. Així doncs, al novembre, més de la meitat dels infants identificava les quantitats de l'1 al 3 però del 4 al 6, no i, a l'abril es manté aquesta identificació. El què passa és que, al novembre, hi havia 3 infants que no identificaven cap quantitat i a l'abril no n'hi ha. A més a més, a l'abril hi ha dos infants que identifiquen totes les quantitats de l'1 al 6, fet que al novembre no hi havia cap infant que ho fes.

L'Ar, l'Ai, l'En, l'Il i l'Ad s'han mantingut a la categoria 2, en Bi, l'Er i la Fa han passat de la categoria 4 a la 2 i l'Ari i l'Ain han passat de la categoria 2 a la 1.

Tot i aquesta millora en els resultats, la majoria dels infants no han identificat les quantitats del 4 al 6 de diferent forma ni al novembre ni a l'abril.

Identificació de quantitats 2

Identificació de quantitats de forma convencional

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N5 i A5.

Veient les dues taules es pot observar que han millorat la meitat dels infants ja que, al novembre, no hi havia cap dels 10 infants que identifiqués les quantitats del 6 al 10 i, a l'abril, són 5 els infants que no identifiquen cap quantitat. Dels 5 infants que han millorat, 4 identifiquen les quantitats del 6 al 7 i un, identifica totes les quantitats del 6 al 10.

L'Ain, l'Er, l'En, la Fa i l'Ad s'han mantingut a la categoria 4, l'Ari, l'Ar, l'Ai i l'Il han passat de la categoria 4 a la 2 i en Bi, ha passat de la categoria 4 a la 1 i, per tant, és l'infant que ha millorat més respecte als altres.

Identificació de quantitats de diferent forma

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N6 i A6.

Veient les dues taules, es pot observar que la meitat dels infants han millorat ja que, al novembre, no hi havia cap infant que identifiqués les quantitats del 6 al 9 de diferent forma i, a l'abril, són 6 els infants que identifiquen les quantitats. D'aquests 6 infants, 2 identifiquen les quantitats del 6 al 7 i 4 infants, les identifiquen totes.

L'Ain, l'Er, l'En i l'Ad s'ha mantingut a la categoria 4, l'Ai i la Fa han passat de la categoria 4 a la 2 però, els infants que han millorar més respecte als altres i que han passat de la categoria 4 a la 1 són l'Ari, en Bi, l'Ar i l'Il.

Tot i la millora de la meitat dels infants, l'altre meitat no ha identificat cap quantitat del 6 al 10 ni de forma convencional ni de diferent forma.

A grans trets, puc dir que la majoria dels infants han millorat pel què fa aquests factors que poden condicionar les estratègies informals per a resoldre problemes de suma i resta. Sobretot, han millorat els infants que ja tenen un bon nivell de desenvolupament com l'Ari, en Bi, l'Ar, l'Ai i l'Ain, així com també, els infants que tenen un nivell mig com l'Er, l'En, i l'Il. Pel què fa els infants que tenen un nivell més baix com la Fa i l'Ad, no

han millorat en tots els factors però en alguns, sí. A més a més, els factors en els quals els infants han millorat més són la identificació de numerals, la seqüència numèrica i la identificació de quantitats 1. La identificació de quantitats 2 és el factor en el qual encara tenen dificultats i que, per tant, s'hauria de treballar més. Això sí, encara que els altres factors hagin millorat, també s'han de seguir treballant.

Encara que en parlaré més tard a l'apartat de conclusions, després d'haver relacionat les dues proves i veure que la majoria dels infants han millorat, puc dir que l'aplicació de la proposta didàctica que he realitzat en una aula de P4, ha provocat que la majoria d'aquests infants hagin millorat pel què fa els seus coneixements en numeració.

5.2 Segona part de la prova

Resolució de problemes

Problemes de canvi (augment)

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N7 i A7.

Veient les dues taules, pel què fa el problema amb números petits, al novembre hi havia 3 infants que no utilitzaven cap estratègia i els altres sí. En canvi, a l'abril tots els infants utilitzen alguna estratègia per resoldre el problema.

En Bi es manté utilitzant l'estratègia del CC tant al novembre com a l'abril, l'Il, la Fa i l'Ad que no feien cap estratègia al novembre, a l'abril fan la del CC, l'Ai i l'En que al novembre resolien el problema mentalment, a l'abril el resolen amb l'estratègia del CC. L'Ari, l'Ar i l'Ain continuen resolen el problema mentalment i l'Er d'utilitzar els dits per resoldre el problema a utilitzar l'estratègia del CC.

Pel què fa el problema amb números més grans, al novembre hi havia més de la meitat dels infants que no feien cap estratègia i, en canvi, a l'abril només hi ha un infant que no en fa. Per tant, a l'abril, tots els infants menys un, utilitzen una estratègia informal per resoldre el problema.

En Bi i l'Ain, a l'abril fan la mateixa estratègia que al novembre, la del CC, l'Ar, l'Er, l'En, l'Il i l'Ad que no feien cap estratègia al novembre, a l'abril fan la del CC i, l'Ari i l'Ai que resolien el problema mentalment, a l'abril el resolen amb la mateixa estratègia que la resta d'infants. La Fa, és la única que no ha utilitzat cap estratègia ni al novembre ni a l'abril.

Després de relacionar els resultats de les dues proves puc dir que tots els infants, a excepció de la Fa en el problema amb números grans, han utilitzat la mateixa

estratègia, la del CC, per resoldre el problema de canvi (augment) sobretot en el de números més grans. Així doncs, els infants que no feien estratègies com l'Il, l'Ad en el primer problema, en el segon n'han fet i, els infants que resolien el primer problema mentalment o amb els dits com l'Ari, l'Ar, l'Ai, l'Er, i l'En han passat a resoldre el segon problema utilitzant el CC. Finalment, en Bi i l'Ain són els dos únics infants que han utilitzat la mateixa estratègia per resoldre tant, el problema amb números petits com el problema amb números grans, la del CC.

Tal i com he mostrat al marc teòric en la graella de Carpenter et al (1999) en la qual aquest relacionava el tipus d'estratègia amb el tipus de problema, amb els resultats de la prova d'abril, es pot comprovar que, efectivament, l'estratègia que utilitzen gairebé tots els infants per resoldre el problema tant en números petits com en números grans és la del compte concret global o, tal i com l'anomena Carpenter: Unir-los tots (Joining All).

Problemes de canvi (disminució)

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N8 i A8.

Veient les dues taules, pel què fa el problema amb números petits, al novembre hi havia 4 infants que no feien cap estratègia i 4 que sí. A l'abril, tots els infants utilitzen una estratègia per resoldre el problema.

L'Ar, l'Ai i l'Ain es mantenen utilitzant l'estratègia del procés extractiu tant al novembre com a l'abril. En Bi i la Fa que resolien el problema mentalment i l'Er que ho feia amb els dits al novembre, a l'abril utilitzen l'estratègia del procés extractiu i, els infants que no utilitzaven cap estratègia com l'Ari, l'En, l'Il i l'Ad al novembre, a l'abril també utilitzen la del procés extractiu.

Pel què fa el problema amb números grans, al novembre la meitat dels infants no feia cap estratègia i l'altre meitat, sí. En canvi, a l'abril tots els infants, menys un, utilitzen una estratègia per resoldre el problema.

En Bi, l'Ar, l'Ai i l'Ain que al novembre ja feien l'estratègia del procés extractiu, també la fan a l'abril. L'Er que utilitzava els dits al novembre, ara fa la mateixa estratègia que els infants esmentats anteriorment. L'Ari, l'En, l'Il i l'Ad que no feien cap estratègia al novembre, a l'abril també utilitzen la del procés extractiu. La Fa, és la única que no ha utilitzat cap estratègia ni al novembre ni a l'abril.

Un cop relacionats els resultats de les dues proves, puc dir que tots els infants, a excepció de la Fa, han utilitzat l'estratègia del procés extractiu per resoldre els dos problemes, sobretot a l'abril. Així doncs, els infants que no feien cap estratègia en cap dels dos problemes com l'Ari, l'En, l'Il i l'Ad al novembre, a l'abril, resolen els dos problemes fent el procés extractiu. L'Er que resolva els problemes amb els dits al novembre, a l'abril utilitza la mateixa estratègia que la resta d'infants. En Bi que resolva el primer problema mentalment al novembre, a l'abril ja fa el procés extractiu i el problema amb números grans el resol amb aquesta estratègia tant al novembre com a l'abril. L'Ar, l'Ai, i l'Ain són els tres infants que, tant al novembre com a l'abril, resolen el problema utilitzant el procés extractiu.

De la mateixa manera que amb el problema de canvi (augment), l'estratègia que utilitza la majoria dels infants, es correspon amb l'estratègia comuna que esmenta Carpenter et al (1999) en la graella presentada al marc teòric. Així doncs, els infants utilitzen l'estratègia del procés extractiu, o com l'anomena Carpenter: Separar-los (Separating from), per resoldre problemes de canvi (disminució).

Problemes de combinació

Per comparar els resultats entre les dues proves s'han de mirar les taules N8 i A8.

Veient les dues taules, pel què fa el problema amb números petits, al novembre la meitat dels infants no feien cap estratègia i l'altre meitat, sí. Dels infants que feien alguna estratègia, 3 feien la del CC i 2 resolien el problema mentalment. A l'abril, tots els infants han utilitzat una estratègia per resoldre el problema, un l'ha fet mentalment i la resta ha utilitzat l'estratègia del CC.

L'Ar, l'Ai i l'Ain es mantenen utilitzant l'estratègia del CC tant al novembre com a l'abril. En Bi i l'Il que resolien el problema mentalment al novembre, a l'abril utilitzen la mateixa estratègia que els infants esmentats anteriorment. L'Ari, l'Er, l'En i l'Ad que no utilitzaven cap estratègia al novembre, a l'abril fan la del CC i la Fa, que tampoc utilitzava una estratègia al novembre, a l'abril resol el problema mentalment.

Pel què fa el problema amb números grans, al novembre la meitat no utilitzava cap estratègia per resoldre'l i l'altre meitat, sí. Dels infants que feien estratègies, un resolva el problema mentalment i 4 utilitzaven l'estratègia del CC. En canvi, a l'abril, tots utilitzen l'estratègia del CC per resoldre el problema de combinació.

L'Ar, l'Ain, l'Ai i l'Er que ja feien l'estratègia del CC al novembre, la segueixen fent a l'abril. L'Ari resolva el problema mentalment al novembre i a l'abril utilitza la mateixa estratègia que els infants esmentats anteriorment i en Bi, l'En, l'Ill, la Fa i l'Ad que no utilitzaven cap estratègia al novembre, a l'abril també fan servir la del CC.

Després de relacionar els resultats de les dues proves, puc dir que tots els infants han utilitzat, a l'abril i a excepció de la Fa que resol el problema amb números petits mentalment, l'estratègia del CC per resoldre el problema de combinació. Així doncs, els infants que no feien cap estratègia en cap dels dos problemes com l'En i l'Ad i la Fa, a l'abril els dos primers utilitzen l'estratègia del CC i la Fa resol el problema mentalment. En Bi i l'Ill que al novembre resolien el problema amb números petits mentalment i en el problema amb números grans no feien servir cap estratègia, a l'abril tots dos fan la del CC. L'Ar, l'Ai i l'Ain utilitzen aquesta estratègia per resoldre els dos problemes, tant al novembre com a l'abril. L'Ari i l'Er, al novembre no utilitzaven cap estratègia per resoldre el primer problema i, pel segon, l'Ari el feia mentalment però l'Er ja utilitzava el CC. A l'abril, aquests dos infants utilitzen el CC per resoldre els dos problemes.

De la mateixa manera que amb el problema de canvi (augment) i el problema de canvi (disminució), l'estratègia comuna que utilitzen gairebé tots els infants per resoldre els problemes de combinació, sobretot a l'abril, i que es correspon amb la que esmenta Carpenter et al (1999) és la del compte concret global, o com l'anomena Carpenter: Unir-los tots (Joining All).

Un cop comparats tots els resultats de la resolució de problemes entre la prova del novembre i la prova de l'abril, puc dir que, les estratègies comunes que esmenta Carpenter et al (1999) realment són les estratègies que han utilitzat els infants per resoldre els diferents tipus de problema, principalment a l'abril. A més a més, i encara que a continuació en parlaré de forma més amplia, puc dir que la majoria dels infants han millorat pel què fa la resolució de problemes de suma i resta i, sobretot, els infants que no utilitzaven estratègies informals al novembre, a l'abril sí les han utilitzat.

VALORACIÓ FINAL

6 CONCLUSIONS

En aquest apartat final, ha arribat el moment de valorar i analitzar el resultat de tot el procés seguit durant la realització d'aquest treball per tal de comprovar si he assolit els objectius que em vaig proposar al principi i si s'ha complert l'hipòtesis que em vaig plantejar.

En primer lloc, en l'anàlisi de la primera prova, vaig identificar les estratègies informals per a resoldre problemes de suma i resta així com també, vaig detectar els factors que podien condicionar aquests estratègies. Això em va permetre elaborar una proposta didàctica per treballar aquests factors, concretament, per ajudar als infants de P4 a desenvolupar les tècniques de comptatge. Un cop passada la segona prova als mateixos infants i després d'haver analitzat els resultats en apartats anteriors, les conclusions que he extret són les següents:

- La gran majoria dels infants han millorat en referència als factors que poden condicionar les estratègies informals degut a la proposta didàctica que vaig aplicar a l'aula d'aquests infants durant els mesos de gener, febrer i març. Per tant, és molt important plantejar activitats a l'escola per afavorir el desenvolupament de les tècniques de comptatge perquè aquestes puguin arribar a ser automàtiques ja que, tal i com he explicat al marc teòric, són la base de l'aritmètica informal.
- Al novembre, un terç dels infants als quals els vaig passar la prova, no utilitzaven cap estratègia per resoldre problemes de suma i resta. Un altre terç, feien servir estratègies mentals o els dits i, el infants de l'últim terç, utilitzaven processos concrets. A l'abril, i després d'haver millorat els factors que poden condicionar les estratègies informals, tots els infants han utilitzat la mateixa estratègia, que forma part dels procediments concrets, per a resoldre els diferents tipus de problemes de suma i resta.
- Seguint amb el punt anterior, el fet de millorar els factors que poden condicionar les estratègies informals ha permès l'aparició d'aquestes estratègies per part dels infants que al novembre no en feien. A més a més, la millora en aquests factors també ha provocat que els infants que ja utilitzaven una estratègia en concret, l'hagin canviat i sigui comuna amb la resta dels infants. Per tant, he pogut comprovar que, tal i com havia esmentat al marc teòric, els infants inventen les seves pròpies estratègies per resoldre els

problemes i que aquestes són flexibles i pròpies per cada infant ja que, al novembre, no tots utilitzaven la mateixa.

- Les estratègies que han utilitzat els infants al novembre eren estratègies mentals o procediments concrets (amb dits o objectes). Al l'abril i després de la intervenció didàctica, totes les estratègies que han elaborat els infants han estat les de procediments concrets, tal i com les anomena Baroody (1988) o estratègies de modelització amb objectes, tal i com les anomena Carpenter (1999). Això també és degut a que totes les activitats realitzades a la intervenció didàctica les vaig fer amb material i, per això, a l'abril tots els infants estaven acostumats a utilitzar-lo. En canvi, al novembre la majoria dels infants no van utilitzar material perquè no estaven habituats. Per tant, és molt important proporcionar als infants la utilització de material perquè adquireixin coneixements de numeració i càlcul.
- Pel què fa les estratègies, he pogut comprovar que realment els infants utilitzen les estratègies comunes que Carpenter (1999) esmenta en la relació que fa entre els tipus de problemes i les estratègies. Així doncs, per resoldre problemes de canvi (augment) els infants han utilitzat l'estratègia del compte concret global, de la mateixa manera que han utilitzat aquesta estratègia per resoldre problemes de combinació. I, per la resolució de problemes de canvi (disminució), han utilitzat l'estratègia del procés extractiu.
- Quant als problemes, també he observat que els de canvi (augment o disminució) i els de combinació són problemes més senzills pels infants que els problemes de comparació. Per això, aquests últims problemes són els que no han entès els infants i en els quals no han utilitzat cap estratègia ja que són els més difícils de comprendre per part d'infants tant petits.

En general, puc dir que he assolit els objectius i que l' hipòtesis que em vaig plantejar al principi d'aquest treball s'ha complert ja que, l'aplicació de la proposta didàctica enfocada a millorar els factors que poden condicionar les estratègies informals que vaig dur a terme a l'aula de P4, ha permès que aquets factors hagin millorat i, per tant, les estratègies informals hagin aparegut o evolucionat.

Finalment, em reafirmo amb tot el què he explicat al marc teòric sobre la importància que l'ensenyament escolar es basi en el coneixement informal dels infants. I també, és fonamental que a l'escola es realitzin activitats per desenvolupar les tècniques de comptatge i el sentit numèric ja que el desenvolupament d'aquests dos factors proporcionarà als infants la base per l'àritmètica informal i, per tant, l'aparició d'estratègies informals per a resoldre problemes de suma i resta.

7 BIBLIOGRAFIA

BARBA, Carme (2004/2005). De les estratègies informals a les eficients pel càlcul. Concreció de propostes per a un aprenentatge del càlcul eficaç. <http://www.xtec.cat/sgfp/llicencies/200405/memories/908m.pdf>

BAROODY, Arthur J (1988). *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor Distribuciones.

BECKLEY, Pat; COMPTON, Ashley; JOHNSTON, Jane; MARLAND, Harriet (2010). *Problem solving, reasoning and numeracy*. London: Continuum International Publishing Group.

CARPENTER, T.; MOSER, J (1983) *The acquisition of addition and subtraction concepts*. En Lesh, R. y Landau, M. (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Pres.

CARPENTER, Thomas; FENNEMA, Elisabeth; LOEF, Megan; LEVI, Levi; EMPSON, Susan (1999). *Children's Mathematics. Cognitively guided instruction*. Porstmouth: Heinemann.

FERNÁNDEZ, J. (2007) *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Wolters Kluwer.

GELMAN, R. (1972) *Logical capacity of very young children: Number invariance rules*. Child Development.

GROEN, G.; RESNICK, L. B. (1977) "Can preschool children invent addition algorithms?" *Journal of Educational Psychology*, 69, p. 645-652.

HOWDEN, Hilde. (1989) "Teaching Number Sense". *Arithmetic Teacher*, v6 n6 p6-11.

MONTAGUE-SMITH, Ann (2007). *Mathematics in Nursery Education*. Oxon: Routledge.

PARRISH, Sherry (2010). *Number talks: Helping Children Build Mental Math and Computation Strategies, Grades K-5*. Sausalito: Math Solutions.

PIAGET, Jean (1965). *Psicología y educación del preescolar*. Buenos Aires: Paidós.

PUIG, L.; CERDÁN, F. (1988) *“Problemas aritméticos escolares”*. Madrid: Síntesis.

STARKEY, Pretince; COOPER, Robert. (1980) “Perception of Numbers by Humans Infants” *Science, New Series*. 1980, Vol. 210, No. 4473, pp. 1033-1035.

VAN DE WALLE, J.A; KARO, S.K; BAY-WILLIAMS, J.M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally*. Boston: Pearson Education.

WOHLWILL, J.F.; LOWE, R.C. (1962) “Experimental analysis onf the development of the conservation of number”. *Child Development*, 33, p. 153-167.

ZIMILES, H. (1963). “A note on Piaget’s concept of conservation”. *Child Development*, 34, p. 691-695.